



INVALSI Istituto nazionale per la valutazione del sistema educativo di istruzione e di formazione

Ente di Diritto Pubblico Decreto Legislativo 286/2004

Servizio Nazionale di Valutazione
a.s. 2010/11
Guida alla lettura
Prova di Matematica
Classe seconda – Scuola secondaria di II grado
(a cura di Giorgio Bolondi, Rossella Garuti, Aurelia Orlandoni, Domingo Paola, Luigi Tomasi)

I quesiti sono distribuiti negli ambiti secondo la tabella seguente

Ambito	Numero di domande	Numero di Item¹
Numeri	10	14
Spazio figure	6	11
Dati e previsioni	5	14
Relazioni e funzioni	9	14
Totale	30	53

¹ Una domanda può essere composta da più item, come nel caso di domande a scelta multipla complessa del tipo Vero o Falso. L'attribuzione di un eventuale punteggio parziale sarà definita in sede di analisi dei dati complessivi.

Tabella della suddivisione degli item in relazione ad ambiti e processi

Processi/Ambiti	Numeri	Spazio e figure	Dati e Previsioni	Relazioni e funzioni	TOT ALE
1. Conoscere e padroneggiare i contenuti specifici della matematica (oggetti matematici, proprietà, strutture...)	3	2		1	6
2. Conoscere e padroneggiare algoritmi e procedure (in ambito aritmetico, geometrico...)	2	2	1	2	7
3. Conoscere e padroneggiare diverse forme di rappresentazione e sapere passare da una all'altra (verbale, scritta, simbolica, grafica, ...)	3		3	3	9
4. sapere risolvere problemi utilizzando gli strumenti della matematica (individuare e collegare le informazioni utili, confrontare strategie di soluzione, individuare schemi risolutivi di problemi come ad esempio sequenza di operazioni, esporre il procedimento risolutivo,...)		3		6	9
5. sapere riconoscere in contesti diversi il carattere misurabile di oggetti e fenomeni e saper utilizzare strumenti di misura (saper individuare l'unità o lo strumento di misura più adatto in un dato contesto, saper stimare una misura,...)	3			1	4
6. acquisire progressivamente forme tipiche del pensiero matematico (congetturare, verificare, giustificare, definire, generalizzare, ...)	2			1	3
7. utilizzare la matematica appresa per il trattamento quantitativo dell'informazione in ambito scientifico, tecnologico, economico e sociale (descrivere un fenomeno in termini quantitativi, interpretare una descrizione di un fenomeno in termini quantitativi con strumenti statistici o funzioni, utilizzare modelli matematici per descrivere e interpretare situazioni e fenomeni, ...)	1		10		11

8. saper riconoscere le forme nello spazio (<i>riconoscere forme in diverse rappresentazioni, individuare relazioni tra forme, immagini o rappresentazioni visive, visualizzare oggetti tridimensionali a partire da una rappresentazione bidimensionale e, viceversa, rappresentare sul piano una figura solida, saper cogliere le proprietà degli oggetti e le loro relative posizioni, ...</i>).		4			4
TOTALE	14	11	14	14	53

Di seguito viene proposta un'analisi dei quesiti utilizzando una tabella a tre colonne:

- nella prima è indicato il testo del quesito
- nella seconda un commento didattico
- nella terza
 - l'ambito e i processi facendo riferimento al Quadro teorico delle prove SNV pubblicato sul sito INVALSI
 - le competenze di base a conclusione dell'obbligo di istruzione, come riportate nella parte relativa all'Asse matematico del Decreto 22 agosto 2007 : *Regolamento recante norme in materia di adempimento dell'obbligo di istruzione.*

È importante sottolineare che la classificazione proposta è solo indicativa e non deve rappresentare un vincolo per l'interpretazione del risultato: in matematica ogni domanda coinvolge spesso diversi ambiti, e la risposta richiede processi di diversa natura. Seguendo la prassi internazionale, si indicano l'ambito e il processo *prevalenti*, tenendo presente che spesso la scelta di un particolare distrattore può indicare difficoltà o lacune in altri ambiti o in altri processi.

GUIDA ALLA LETTURA

Domanda	Commento	Ambito, compito, processo e Obbligo																																																								
<p>D1. Nella tabella che vedi sono riportati i dati relativi alla distribuzione di alunni e insegnanti nella scuola secondaria di primo grado in Italia.</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <thead> <tr> <th rowspan="2">Aree geografiche</th> <th rowspan="2">Scuole</th> <th rowspan="2">Classi</th> <th colspan="2">Alunni (compresi i ripetenti)</th> <th colspan="2">Ripetenti</th> <th rowspan="2">Insegnanti</th> </tr> <tr> <th>Maschi e femmine</th> <th>Femmine</th> <th>Maschi e femmine</th> <th>Femmine</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>ITALIA</td> <td>7939</td> <td>82446</td> <td>1727339</td> <td>826869</td> <td>51407</td> <td>16199</td> <td>212041</td> </tr> <tr> <td>Nord</td> <td>3381</td> <td>33131</td> <td>711292</td> <td>339508</td> <td>19615</td> <td>5679</td> <td>86312</td> </tr> <tr> <td>Centro</td> <td>1358</td> <td>14656</td> <td>312700</td> <td>150098</td> <td>8066</td> <td>2508</td> <td>36570</td> </tr> <tr> <td>Sud</td> <td>3200</td> <td>34659</td> <td>703347</td> <td>337263</td> <td>23726</td> <td>8012</td> <td>89159</td> </tr> </tbody> </table> <p>Sulla base dei dati in tabella, indica se le seguenti affermazioni sono vere o false.</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <thead> <tr> <th></th> <th>Vero</th> <th>Falso</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>a. Nel Nord gli alunni maschi sono meno delle femmine</td> <td><input type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>b. In Italia il rapporto insegnanti/classi è inferiore a 3</td> <td><input type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> <tr> <td>c. Nel Sud ci sono mediamente più di 10 classi per scuola</td> <td><input type="checkbox"/></td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> </tbody> </table>	Aree geografiche	Scuole	Classi	Alunni (compresi i ripetenti)		Ripetenti		Insegnanti	Maschi e femmine	Femmine	Maschi e femmine	Femmine	ITALIA	7939	82446	1727339	826869	51407	16199	212041	Nord	3381	33131	711292	339508	19615	5679	86312	Centro	1358	14656	312700	150098	8066	2508	36570	Sud	3200	34659	703347	337263	23726	8012	89159		Vero	Falso	a. Nel Nord gli alunni maschi sono meno delle femmine	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	b. In Italia il rapporto insegnanti/classi è inferiore a 3	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	c. Nel Sud ci sono mediamente più di 10 classi per scuola	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<p>Risposta corretta alla domanda (a): Falso Leggendo attentamente la tabella, si vede, senza fare calcoli, che al Nord gli allievi (maschi e femmine) sono più di 700.000 e le femmine sono circa 340.000, cioè meno della metà. Quindi è falso che al Nord gli alunni maschi siano meno delle femmine. Uno studente, per rispondere, potrebbe anche affidarsi a una sottrazione. Per rispondere è utile sapere approssimare 711.292 con circa 700.000 e 339.508 con circa 340.000. Da questa approssimazione si può stabilire immediatamente che nel Nord gli allievi maschi sono più delle femmine.</p> <p>Risposta corretta alla domanda (b): Vero Gli insegnanti della scuola secondaria di I grado, in Italia sono 212.041 (poco più di 210.000) mentre le classi sono 82.446, circa 80.000). Quindi il rapporto insegnanti/classi è inferiore a 3, perché 80.000 è più di un terzo del numero degli insegnanti. Uno studente potrebbe anche rispondere usando la calcolatrice: $\frac{212041}{82446} \approx 2,57 < 3.$</p> <p>Risposta corretta alla domanda (c): Vero Dalla tabella si legge che le classi sono 34659 e le scuole sono 3200. Quindi le classi (circa 35000) sono più di 10 volte 3200. Uno studente potrebbe anche rispondere usando la calcolatrice $\frac{34659}{3200} \approx 10,83 > 10$ Quindi è vero che nel Sud ci sono</p>	<p>Ambito, compito, processo e Obbligo</p> <p>AMBITO PREVALENTE Dati e Previsioni</p> <p>PROCESSO PREVALENTE Utilizzare la matematica appresa per il trattamento quantitativo dell'informazione in ambito scientifico, tecnologico, economico e sociale (<i>descrivere un fenomeno in termini quantitativi, interpretare una descrizione di un fenomeno in termini quantitativi con strumenti statistici o funzioni, utilizzare modelli matematici per descrivere e interpretare situazioni e fenomeni, ...</i>).</p> <p>NUOVO OBBLIGO DI ISTRUZIONE Analizzare dati e interpretarli sviluppando deduzioni e ragionamenti sugli stessi</p>
Aree geografiche				Scuole	Classi	Alunni (compresi i ripetenti)			Ripetenti		Insegnanti																																															
	Maschi e femmine	Femmine	Maschi e femmine			Femmine																																																				
ITALIA	7939	82446	1727339	826869	51407	16199	212041																																																			
Nord	3381	33131	711292	339508	19615	5679	86312																																																			
Centro	1358	14656	312700	150098	8066	2508	36570																																																			
Sud	3200	34659	703347	337263	23726	8012	89159																																																			
	Vero	Falso																																																								
a. Nel Nord gli alunni maschi sono meno delle femmine	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																																																								
b. In Italia il rapporto insegnanti/classi è inferiore a 3	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																																																								
c. Nel Sud ci sono mediamente più di 10 classi per scuola	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>																																																								

	<p>mediamente più di 10 classi per scuola.</p> <p>Per rispondere a queste domande è utile che lo studente sia in grado di effettuare rapidamente approssimazioni opportune dei numeri in gioco e calcoli mentali.</p>	
<p>D2. La corriera passa alle 6:30 alla fermata dove sale Giorgio. Nel 40% dei casi è in orario, nel 50% dei casi ha un ritardo di 5 minuti e nei rimanenti casi ha un ritardo di 10 minuti. Se Giorgio arriva alla fermata alle 6:34, che probabilità ha di prendere la corriera?</p> <p><input type="checkbox"/> A. 10%</p> <p><input type="checkbox"/> B. 40%</p> <p><input type="checkbox"/> C. 50%</p> <p><input type="checkbox"/> D. 60%</p>	<p>Risposta corretta D</p> <p>Infatti la probabilità che la corriera ritardi di 5 minuti è del 50% e la probabilità che arrivi con 10 minuti di ritardo è del 10%</p> <p>Se Giorgio arriva alle 6:34 ha quindi la probabilità di $50\%+10\%=60\%$ di prendere la corriera perché riesce a prenderla sia nel caso in cui la corriera ritardi di 5 minuti, sia che ritardi di 10 minuti.</p> <p>Si potrebbe anche rispondere pensando alla probabilità che la corriera <i>non</i> arrivi in orario. La probabilità che la corriera sia in orario è del 40%. Poiché il ritardo di Giorgio gli consentirebbe di prendere ugualmente la corriera che non arriva in orario, la probabilità di prendere la corriera è del 60%.</p>	<p>AMBITO PREVALENTE Dati e Previsioni</p> <p>PROCESSO PREVALENTE Utilizzare la matematica appresa per il trattamento quantitativo dell'informazione in ambito scientifico, tecnologico, economico e sociale (<i>descrivere un fenomeno in termini quantitativi, interpretare una descrizione di un fenomeno in termini quantitativi con strumenti statistici o funzioni, utilizzare modelli matematici per descrivere e interpretare situazioni e fenomeni, ...</i>).</p> <p>NUOVO OBBLIGO DI ISTRUZIONE L'argomento non è esplicitamente richiamato ma si tratta di una competenza richiesta agli studenti al termine del primo ciclo e che quindi si suppone acquisita stabilmente e può costituire un esempio di continuità verticale</p>
<p>D3. Un triangolo ha un lato di 6 cm e uno di 10 cm. Quale tra le seguenti <u>non</u> può essere la misura della lunghezza del terzo lato?</p> <p><input type="checkbox"/> A. 6,5 cm</p> <p><input type="checkbox"/> B. 10 cm</p> <p><input type="checkbox"/> C. 15,5 cm</p> <p><input type="checkbox"/> D. 17 cm</p>	<p>Risposta corretta D</p> <p>In un triangolo la misura di un lato deve essere minore della somma delle misure degli altri due lati.</p> <p>In questo caso la somma delle misure dei due lati noti è 16 cm.</p> <p>Quindi l'unica misura che non si può accettare fra quelle proposte è 17 cm.</p>	<p>AMBITO PREVALENTE Spazio e Figure</p> <p>PROCESSO PREVALENTE Conoscere e padroneggiare i contenuti specifici della matematica (<i>oggetti matematici, proprietà, strutture...</i>)</p> <p>NUOVO OBBLIGO DI ISTRUZIONE</p>

		Confrontare ed analizzare figure geometriche, individuando invarianti e relazioni
<p>D4. Considera l'affermazione: "Per ogni numero naturale n, $2^n + 1$ è un numero primo". Mostra con un esempio che l'affermazione è falsa.</p> <p>.....</p> <p>.....</p>	<p>Per mostrare che l'affermazione è falsa, basta un solo esempio contrario (che viene detto <i>controesempio</i>).</p> <p>Se scegliamo $n=3$, si ottiene $2^3+1=9$, che non è un numero primo.</p> <p>Per rispondere correttamente si può anche presentare un esempio diverso da questo. Ad esempio, si può anche scegliere $n=5$ (si ottiene $2^5+1=33$, che non è primo), oppure $n=6$ (si ottiene $2^6+1=65$, che non è primo), ecc.</p> <p>Basta fornire un solo controesempio.</p>	<p>AMBITO PREVALENTE Numeri</p> <p>PROCESSO PREVALENTE Acquisire progressivamente forme tipiche del pensiero matematico (<i>congetturare, verificare, giustificare, definire, generalizzare, ...</i>)</p> <p>NUOVO OBBLIGO DI ISTRUZIONE Utilizzare le tecniche e le procedure del calcolo aritmetico</p>
<p>D5. L'età della Terra è valutata intorno ai $4,5 \times 10^9$ anni. L'Homo Erectus è comparso circa 10^6 anni fa. Qual è la stima che più si avvicina all'età che la Terra aveva quando è comparso l'Homo Erectus?</p> <p><input type="checkbox"/> A. $4,5 \times 10^9$ anni</p> <p><input type="checkbox"/> B. $3,5 \times 10^9$ anni</p> <p><input type="checkbox"/> C. $4,5 \times 10^6$ anni</p> <p><input type="checkbox"/> D. $4,5 \times 10^3$ anni</p>	<p>Risposta corretta A.</p> <p>L'informazione che l'età della Terra è $4,5 \cdot 10^9$ anni equivale a dire che l'età della Terra è maggiore o uguale di $4,45 \cdot 10^9$ anni e minore di $4,55 \cdot 10^9$ anni. La stima migliore, fra quelle proposte è quindi $4,5 \cdot 10^9$ anni. Infatti, sottraendo a un qualunque numero reale compreso fra $4,45 \cdot 10^9$ e $4,55 \cdot 10^9$ il numero 10^6 si ottiene sempre un numero compreso fra $4,44 \cdot 10^9$ e $4,55 \cdot 10^9$.</p> <p>Questa risposta può essere sorprendente, ma bisogna pensare che si tratta di togliere 1 milione di anni da 4,5 miliardi: la sottrazione non incide sulla cifra dei miliardi (4)</p>	<p>AMBITO PREVALENTE Numeri</p> <p>PROCESSO PREVALENTE Sapere riconoscere in contesti diversi il carattere misurabile di oggetti e fenomeni e saper utilizzare strumenti di misura (<i>saper individuare l'unità o lo strumento di misura più adatto in un dato contesto, saper stimare una misura, ...</i>)</p> <p>NUOVO OBBLIGO DI ISTRUZIONE Analizzare dati e interpretarli usando consapevolmente gli strumenti di calcolo</p>

D6. Nel diagramma di figura 1 sono riportati i consumi elettrici (in TWh - terawattora) in Italia dal 2000 al 2005 in funzione della provenienza dell'energia dall'Autoproduzione, dal Mercato libero o dal Mercato vincolato.

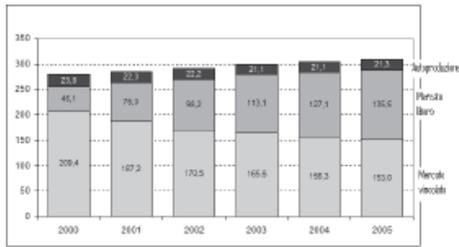


Figura 1

I grafici A, B e C in figura 2 sono stati costruiti con gli stessi dati rappresentati nel diagramma di figura 1.

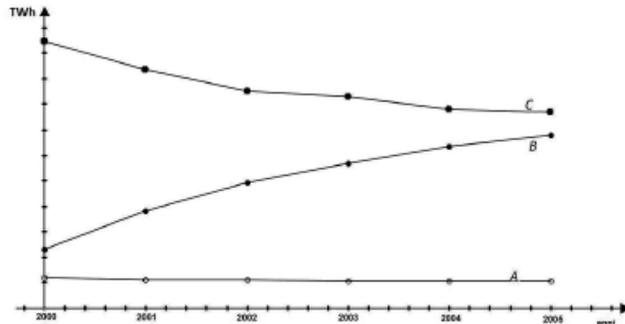


Figura 2

Confronta le figure 1 e 2 e completa le seguenti frasi indicando la provenienza dell'energia (Autoproduzione, Mercato libero, Mercato vincolato).

1.	Il grafico A corrisponde all'andamento dei consumi di energia proveniente da
2.	Il grafico B corrisponde all'andamento dei consumi di energia proveniente da
3.	Il grafico C corrisponde all'andamento dei consumi di energia proveniente da

Risposta corretta alla domanda 1 relativa al grafico

**A:
Autoproduzione**

Risposta corretta alla domanda 2 relativa al grafico

**B:
Mercato libero**

Risposta corretta alla domanda 3 relativa al grafico

C: Mercato vincolato

Si tratta di osservare attentamente il grafico a barre (figura 1) e di interpretare quel che si osserva.

La quantità di energia elettrica proveniente dall'autoproduzione è rimasta pressoché invariata (grafico A).

La quantità di energia elettrica proveniente dal mercato libero dell'energia, dal 2000 al 2005, è aumentata (grafico B).

La quantità di energia elettrica proveniente dal mercato vincolato dell'energia, dal 2000 al 2005, è diminuita (grafico C).

AMBITO PREVALENTE

Dati e Previsioni

PROCESSO PREVALENTE

Conoscere e padroneggiare diverse forme di rappresentazione e sapere passare da una all'altra (*verbale, scritta, simbolica, grafica, ...*)

NUOVO OBBLIGO DI ISTRUZIONE

Analizzare dati e interpretarli sviluppando deduzioni e ragionamenti sugli stessi anche con l'ausilio di rappresentazioni grafiche.

D8. La dimensione di un televisore è la misura della diagonale dello schermo espressa in pollici (1 pollice = 2,54 cm). Nei televisori di nuova generazione il rapporto tra la larghezza e l'altezza dello schermo è 16:9.

a. Se la larghezza dello schermo di uno di questi televisori è circa 57,5 cm, qual è all'incirca la sua altezza?

Risposta: cm

b. Da quanti pollici è il televisore?

- A. 20 pollici (= 50,80 cm)
- B. 26 pollici (= 66,04 cm)
- C. 28 pollici (= 71,12 cm)
- D. 32 pollici (= 81,28 cm)

Risposta corretta alla domanda a.: 32,34 cm

Si possono accettare anche 32 cm, 32,3 cm oppure 32,343 o con ancora più cifre dopo la virgola (risposte che potrebbero essere dovute probabilmente all'uso della calcolatrice).

Per rispondere a questa domanda occorre dividere la larghezza dello schermo per 16 e poi moltiplicare il risultato per 9:

$$57,5 \cdot \frac{9}{16} = 32,34... \text{ cm}$$

Risposta corretta alla domanda b.: B

Per determinare la lunghezza della diagonale dello schermo occorre applicare il teorema di Pitagora.

Chiamando b la larghezza dello schermo, h l'altezza dello schermo e d la lunghezza della diagonale, si ha:

$$d = \sqrt{b^2 + h^2} = \sqrt{b^2 + \left(\frac{9}{16}b\right)^2} = \sqrt{b^2 + \frac{81}{256}b^2}$$

Quindi

$$d = b \frac{\sqrt{337}}{16} = 57,5 \cdot \frac{\sqrt{337}}{16} \approx 65,97 \text{ cm.}$$

che è circa 26 pollici.

Alla misura della diagonale si può arrivare anche usando direttamente il teorema di Pitagora sulle misure della larghezza dello schermo e dell'altezza dello schermo.

Lo studente deve sapere usare il teorema di Pitagora in una situazione concreta. Non è importante sapere convertire i pollici in centimetri. Per rispondere è sicuramente conveniente usare la calcolatrice.

AMBITO PREVALENTE

Spazio e Figure

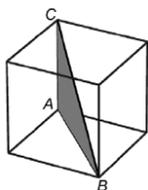
PROCESSO PREVALENTE

Sapere risolvere problemi utilizzando gli strumenti della matematica (*individuare e collegare le informazioni utili, confrontare strategie di soluzione, individuare schemi risolutivi di problemi come ad esempio sequenza di operazioni, esporre il procedimento risolutivo,...*)

NUOVO OBBLIGO DI ISTRUZIONE

Utilizzare le tecniche e le procedure del calcolo aritmetico ed algebrico, rappresentandole anche sotto forma grafica

D9. Nella figura è rappresentato un cubo.



Il triangolo ABC ha come lati uno spigolo del cubo, la diagonale di una sua faccia e una diagonale del cubo.

a. Indica se ciascuna delle seguenti affermazioni è vera o falsa.

		Vera	Falsa
a1.	Il lato AB è uguale al lato AC	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
a2.	Il triangolo ABC è rettangolo	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
a3.	Il lato BC è il più lungo dei tre	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
a4.	L'angolo ABC è di 45°	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

b. Se lo spigolo del cubo misura 1 m, quanto misurano i lati del triangolo ABC?

AC = m
 AB = m
 BC = m

Risposta corretta alla domanda a1. Falsa

Infatti il lato AB non è uguale al lato AC.

Risposta corretta alla domanda a2. Vera

Infatti il triangolo ABC è rettangolo in A.

Risposta corretta alla domanda a3. Vera

Infatti BC è l'ipotenusa del triangolo rettangolo ABC.

Risposta corretta alla domanda a4. Falsa

Infatti il triangolo rettangolo ABC non è isoscele (AB è maggiore di AC).

Risposte corrette alla domanda b:

$$AC = 1 \text{ m}$$

$$AB = \sqrt{2} \text{ m}$$

$$BC = \sqrt{3} \text{ m}$$

Si possono accettare anche valori approssimati

$$AB = 1,41 \text{ m} \text{ oppure } AB = 1,4 \text{ m}$$

$$BC = 1,73 \text{ m} \text{ oppure } BC = 1,7 \text{ m}$$

AMBITO PREVALENTE

Spazio e Figure

PROCESSO PREVALENTE

DOMANDA a: Saper riconoscere le forme nello spazio (*riconoscere forme in diverse rappresentazioni, individuare relazioni tra forme, immagini o rappresentazioni visive, visualizzare oggetti tridimensionali a partire da una rappresentazione bidimensionale e, viceversa, rappresentare sul piano una figura solida, saper cogliere le proprietà degli oggetti e le loro relative posizioni, ...*)

DOMANDA b: Conoscere e padroneggiare algoritmi e procedure (*in ambito aritmetico, geometrico...*)

NUOVO OBBLIGO DI ISTRUZIONE

Confrontare ed analizzare figure geometriche, individuando invarianti e relazioni

D10. Qual è la metà del numero $\left(\frac{1}{2}\right)^{50}$?

- A. $\left(\frac{1}{4}\right)^{50}$
 B. $\left(\frac{1}{2}\right)^{25}$
 C. $\left(\frac{1}{2}\right)^{51}$
 D. $\left(\frac{1}{2}\right)^{49}$

Risposta corretta: C.

La metà di un numero si ottiene dividendo per 2 oppure moltiplicando per 1/2. Pertanto la metà del numero

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{50} \text{ è}$$

$$\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{50} = \left(\frac{1}{2}\right)^{51}$$

I distrattori corrispondono a errori tipici nel calcolo con le potenze di un numero.

AMBITO PREVALENTE

Numeri

PROCESSO PREVALENTE

Conoscere e padroneggiare i contenuti specifici della matematica (*oggetti matematici, proprietà, strutture...*)

NUOVO OBBLIGO DI ISTRUZIONE

Utilizzare le tecniche e le procedure del calcolo aritmetico ed algebrico.

D11. La relazione seguente esprime la spesa annuale per l'automobile, composta da una parte fissa e da una parte proporzionale al numero di km percorsi:

$$S = F + c \cdot k$$

dove F sono le spese fisse, c è il costo al km e k è il numero di km percorsi.

Nella tabella sono riportate le spese fisse e il costo al km per alcuni tipi di automobile.

	Auto A	Auto B	Auto C	Auto D
Spese fisse F	900 euro	580 euro	650 euro	1200 euro
Costo al km c	0,25 euro/km	0,33 euro/km	0,27 euro/km	0,31 euro/km

a. Se percorro 10000 km all'anno, quale auto è più conveniente?

- A. L'auto A
 B. L'auto B
 C. L'auto C
 D. L'auto D

b. Il proprietario di un'auto di tipo A ha speso 3000 euro in un anno. Quanti km ha percorso?

Risposta: km

c. Se confrontiamo un'auto di tipo B con una di tipo D, possiamo dire che

- A. è sempre più economico utilizzare l'auto di tipo B
 B. è sempre più economico utilizzare l'auto di tipo D
 C. l'auto di tipo B conviene fino a un certo numero di km annuali, oltre questo numero conviene l'auto di tipo D
 D. l'auto di tipo D conviene fino a un certo numero di km annuali, oltre questo numero conviene l'auto di tipo B

Risposta corretta alla domanda a.: C

L'unico modo per rispondere è fare un calcolo, che si può fare anche mentalmente dato che si deve moltiplicare per 10.000.

Se percorro 10.000 km in un anno:

con l'Auto A la spesa è:

$$S = 900 + 0,25 \cdot 10000 = 900 + 2500 = 3400$$

Con l'auto Auto B:

$$S = 580 + 0,33 \cdot 10000 = 580 + 3300 = 3880$$

Con l'Auto C:

$$S = 650 + 0,27 \cdot 10000 = 650 + 2700 = 3350$$

E con l'Auto D:

$$S = 1200 + 0,31 \cdot 10000 = 1200 + 3100 = 4300$$

L'auto C, se percorro 10.000 km all'anno è la più conveniente.

Risposta corretta alla domanda b.: 8400 km

Se il proprietario di un'auto A ha speso in un anno 3000 euro, allora si può scrivere l'equazione

$$900 + 0,25 \cdot k = 3000.$$

Pertanto

$$0,25 \cdot k = 2100, \text{ che implica } k = 8400 \text{ km.}$$

Si può rispondere anche senza risolvere esplicitamente un'equazione.

Risposta corretta alla domanda c.: C

Il confronto tra un'auto di tipo B e un'auto di tipo D, si può fare risolvendo la disequazione

$$580 + 0,33 \cdot k \leq 1200 + 0,31 \cdot k$$

che esprime la domanda "se k è il numero di km all'anno, per quali k il costo annuale di B è minore o uguale al costo annuale di D?"

Si ottiene

$$0,02 \cdot k \leq 620 \text{ ossia } 0,01 \cdot k \leq 310$$

AMBITO PREVALENTE

Relazioni e Funzioni

PROCESSO PREVALENTE

Sapere risolvere problemi utilizzando gli strumenti della matematica (*individuare e collegare le informazioni utili, confrontare strategie di soluzione, individuare schemi risolutivi di problemi come ad esempio sequenza di operazioni, esporre il procedimento risolutivo,...*)

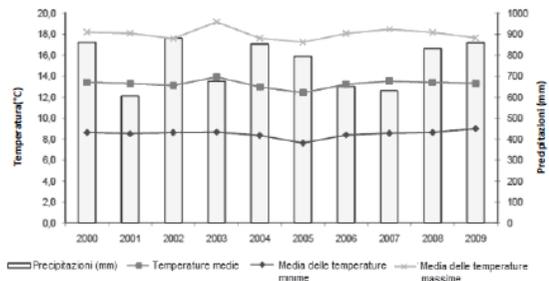
NUOVO OBBLIGO DI ISTRUZIONE

Utilizzare le tecniche e le procedure del calcolo aritmetico ed algebrico.

	<p>che dà $k \leq 31.000$ km.</p> <p>Quindi fino a 31000 km all'anno conviene un'auto di tipo B e oltre 31000 km all'anno conviene un'auto di tipo D. Se percorro 31.000 km all'anno, allora la scelta tra un'auto B e una D è indifferente.</p> <p>Si può anche rispondere per tentativi, ad esempio pensando a 20.000 km per anno e poi provando a calcolare il costo anche per un valore doppio, e cioè 40.000 km.</p> <p>Si sarebbe potuto anche rispondere notando che la pendenza della funzione lineare che rappresenta il costo dell'auto B (0,33 euro/km) è maggiore di quella che rappresenta il costo dell'auto D (0,31 euro/km). Quindi esiste un numero di km per cui il costo dell'auto B supera quello dell'auto D (si può verificare, anche per tentativi, che tale numero di km può essere percorso in un anno).</p> <p>Non era richiesto di calcolare esattamente il valore al di sopra del quale la scelta di D diventava più conveniente.</p>	
--	--	--

D12. Osserva il seguente grafico che rappresenta l'andamento delle temperature (scala a sinistra) e delle precipitazioni piovose (scala a destra) in Italia negli ultimi anni.

Figura 1. Media annua della temperatura media, massima e minima giornaliera e precipitazioni totali annue in Italia. Anni 2000-2009 (temperatura in gradi Celsius e precipitazioni in millimetri)



Indica per ciascuna delle seguenti affermazioni se è vera o falsa o se non si può ricavare dal grafico (metti una crocetta per ciascuna riga).

		Vero	Falso	Non si può ricavare
a.	Nel decennio 2000-2009 la temperatura media annua è risultata più alta di 0,8 gradi rispetto al periodo 1971-2000	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
b.	L'anno 2003 è quello in cui si è registrato il più alto valore per la media delle temperature massime	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
c.	L'anno 2005 è quello in cui si è registrato il più alto valore per la media delle temperature minime	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
d.	L'anno in cui la media delle temperature massime è stata più alta è anche quello in cui le precipitazioni sono state minori	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
e.	L'anno 2005 è quello in cui c'è stato il giorno più freddo	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
f.	Il 2004 è stato l'anno più piovoso	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Risposta corretta alla domanda a.: Non si può ricavare

Nella tabella abbiamo a disposizione alcuni dati riguardanti gli anni dal 2000 al 2009 e non possiamo ricavare nulla sugli anni da 1971 al 2000.

Risposta corretta alla domanda b.: Vero

Nell'anno 2003 si è registrato il valore più alto della media delle temperature massime.

Risposta corretta alla domanda c.: Falso

Nell'anno 2005 non si è registrato il valore più alto della media delle temperature minime (anzi, il 2005 è l'anno nel quale si è registrato il valore più basso della media delle temperature minime).

Risposta corretta alla domanda d.: Falso

Falso perché l'anno in cui la media delle temperature massime è stata più alta è il 2003 e quello in cui le precipitazioni sono state minori è il 2001.

Risposta corretta alla domanda e.: Non si può ricavare

Questa informazione non si può ricavare perché sappiamo soltanto che il 2005 è stato l'anno in cui è stata più bassa la media delle temperature minime.

Risposta corretta alla domanda f.: Falso

Falso perché non è il 2004 l'anno più piovoso, ma il 2002.

AMBITO PREVALENTE

Dati e Previsioni

PROCESSO PREVALENTE

Utilizzare la matematica appresa per il trattamento quantitativo dell'informazione in ambito scientifico, tecnologico, economico e sociale (*descrivere un fenomeno in termini quantitativi, interpretare una descrizione di un fenomeno in termini quantitativi con strumenti statistici o funzioni, utilizzare modelli matematici per descrivere e interpretare situazioni e fenomeni, ...*).

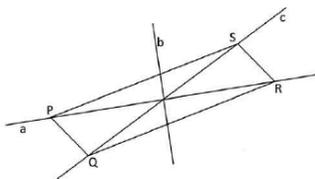
NUOVO OBBLIGO DI ISTRUZIONE

Analizzare dati e interpretarli sviluppando deduzioni e ragionamenti sugli stessi anche con l'ausilio di rappresentazioni grafiche.

<p>D13. L'insegnante di inglese dà ai suoi studenti un test formato da 25 domande e spiega che il punteggio totale p è calcolato assegnando 4 punti per ogni risposta esatta e togliendo 2 punti per ogni risposta sbagliata o mancante.</p> <p>a. Il punteggio massimo possibile è</p> <p>b. Scrivi la formula che fornisce il punteggio p complessivo, indicando con n il numero di risposte esatte.</p> <p>$p =$</p> <p>c. Se la sufficienza si ottiene con più di 60 punti, qual è il numero minimo di domande al quale occorre rispondere correttamente per avere la sufficienza?</p> <p>Risposta:</p>	<p>a. Risposta corretta alla domanda(a): 100 Infatti per $n = 25$, si ottiene $p = 4 \cdot 25 = 100$</p> <p>b. Risposta corretta alla domanda (b): $p = 4n - 2(25 - n) = 6n - 50$ Va bene sia la risposta $p = 4n - 2(25 - n)$, ottenuta senza eseguire la moltiplicazione e senza ridurre i termini simili, che la risposta $p = 6n - 50$.</p> <p>c. Risposta corretta alla domanda (c): 19. Infatti deve essere $6n - 50 \geq 60$. Quindi $6n \geq 110$, da cui si ottiene $n \geq 18,333\dots$ Il primo numero intero successivo al valore trovato è quindi 19. Il calcolo si può fare anche senza risolvere una disequazione. Basta procedere per tentativi e scoprire così che, per avere la sufficienza, il numero di quesiti esatti deve essere almeno 19.</p>	<p>AMBITO PREVALENTE Relazioni e Funzioni</p> <p>PROCESSO PREVALENTE DOMANDA a e c: Sapere risolvere problemi utilizzando gli strumenti della matematica (<i>individuare e collegare le informazioni utili, confrontare strategie di soluzione, individuare schemi risolutivi di problemi come ad esempio sequenza di operazioni, esporre il procedimento risolutivo,...</i>) DOMANDA b: Conoscere e padroneggiare diverse forme di rappresentazione e sapere passare da una all'altra (<i>verbale, scritta, simbolica, grafica, ...</i>)</p> <p>NUOVO OBBLIGO DI ISTRUZIONE Analizzare dati e interpretarli sviluppando deduzioni e ragionamenti sugli stessi.</p>
<p>D14. L'insegnante chiede: "Se n è un numero naturale qualsiasi, cosa si ottiene addizionando i tre numeri $2n+1$, $2n+3$ e $2n+5$?" Mario afferma: "Si ottiene sempre il triplo di uno dei tre numeri". Luisa risponde: "Si ottiene sempre un numero dispari". Giovanni dice: "Si ottiene sempre un multiplo di 3". Chi ha ragione?</p> <p><input type="checkbox"/> A. Tutti e tre</p> <p><input type="checkbox"/> B. Solo Mario</p> <p><input type="checkbox"/> C. Solo Luisa</p> <p><input type="checkbox"/> D. Solo Giovanni</p>	<p>Per rispondere, lo studente:</p> <p>a) può utilizzare il calcolo letterale (una somma e una scomposizione mediante raccoglimento a fattor comune) riconoscendo, in seguito, nell'espressione $3(2n + 3)$ un numero dispari;</p> <p>b) può individuare, nei tre numeri dati, tre numeri dispari consecutivi e, pensando alla semiretta dei numeri naturali, riconoscere che la somma di tre numeri dispari consecutivi è il triplo del secondo numero.</p> <p>Risposta corretta A $2n + 1 + 2n + 3 + 2n + 5 = 6n + 9 = 3(2n + 3)$. Ciò che si ottiene, quindi, è il triplo del numero $2n + 3$. Trattandosi del triplo di un numero dispari, sia Giovanni, sia Luisa, sia Mario hanno ragione.</p>	<p>AMBITO PREVALENTE Relazioni e Funzioni</p> <p>PROCESSO PREVALENTE Acquisire progressivamente forme tipiche del pensiero matematico (<i>congetturare, verificare, giustificare, definire, generalizzare, ...</i>)</p> <p>NUOVO OBBLIGO DI ISTRUZIONE Utilizzare le tecniche e le procedure del calcolo aritmetico ed algebrico</p>

<p>D15. Dividere un numero per 0,2 è lo stesso che moltiplicarlo per</p> <p><input type="checkbox"/> A. $\frac{1}{5}$</p> <p><input type="checkbox"/> B. $\frac{1}{2}$</p> <p><input type="checkbox"/> C. 2</p> <p><input type="checkbox"/> D. 5</p>	<p>Per la risposta è bene che lo studente sia in grado di convertire la rappresentazione decimale di un numero razionale in frazione e ricordare che dividere un numero razionale a per un numero razionale non nullo b equivale a moltiplicare a per l'inverso di b.</p> <p>Risposta corretta D $a : 0,2 = a : (1/5) = a \cdot 5$</p>	<p>AMBITO PREVALENTE Numeri</p> <p>PROCESSO PREVALENTE Conoscere e padroneggiare algoritmi e procedure (<i>in ambito aritmetico, geometrico...</i>)</p> <p>NUOVO OBBLIGO DI ISTRUZIONE Utilizzare le tecniche e le procedure del calcolo aritmetico</p>
<p>D16. L'espressione $10^{37} + 10^{38}$ è anche uguale a</p> <p><input type="checkbox"/> A. 20^{75}</p> <p><input type="checkbox"/> B. 10^7</p> <p><input type="checkbox"/> C. $11 \cdot 10^{37}$</p> <p><input type="checkbox"/> D. $10^{37 \cdot 38}$</p>	<p>Per rispondere, lo studente:</p> <p>a) può far riferimento all'ordine di grandezza dei numeri indicati nelle varie risposte;</p> <p>b) può manipolare simbolicamente, utilizzando la proprietà distributiva, l'espressione fornita nel testo della domanda.</p> <p>Risposta corretta C Possibile risoluzione: l'ordine di grandezza di $10^{37} + 10^{38}$ è 10^{38}, quindi le opzioni A, B e D sono da escludere. Rimane quindi la C.</p> <p>Altra possibile risoluzione: $10^{37} + 10^{38} = 10^{37} + 10 \cdot 10^{37} = 10^{37}(1 + 10)$ $10^{37}(1 + 10) = 11 \cdot 10^{37}$ che è la risposta C.</p> <p>Le opzioni A e D presentano tipici errori sul calcolo delle potenze.</p>	<p>AMBITO PREVALENTE Numeri</p> <p>PROCESSO PREVALENTE Conoscere e padroneggiare i contenuti specifici della matematica (<i>oggetti matematici, proprietà, strutture...</i>)</p> <p>NUOVO OBBLIGO DI ISTRUZIONE Utilizzare le tecniche e le procedure del calcolo aritmetico ed algebrico.</p>

D17. Quale fra le rette a , b e c , nel piano della figura, è un asse di simmetria del parallelogramma PQRS?



- A. La retta a
- B. La retta b
- C. La retta c
- D. Nessuna delle tre

Per rispondere è importante conoscere il significato di simmetria assiale e di asse di simmetria di una figura.

Risposta corretta D

In generale un parallelogramma ha solo un centro di simmetria (il punto di incontro delle diagonali) e non ha assi di simmetria. Solo nel caso in cui sia un rettangolo o un rombo, allora un parallelogramma ha due assi di simmetria. Nel caso del parallelogramma di figura non si ha alcuna informazione che possa indurre a ritenere che esso dia un rettangolo o un rombo, quindi la risposta corretta è la D.

Le altre opzioni presentano distrattori tipici per gli studenti che pensano che un parallelogramma abbia assi di simmetria.

AMBITO PREVALENTE
Spazio e Figure

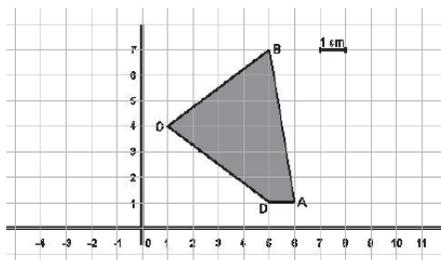
PROCESSO PREVALENTE

Conoscere e padroneggiare algoritmi e procedure (*in ambito aritmetico, geometrico...*)

NUOVO OBBLIGO DI ISTRUZIONE

Confrontare ed analizzare figure geometriche, individuando invarianti e relazioni.

D18. L'unità di misura riportata sugli assi cartesiani rappresenta 1 cm.



Calcola l'area del quadrilatero ABCD.

Risposta: cm²

Per rispondere è bene che lo studente conosca qualche cenno della teoria dell'equiscomponibilità (è sufficiente quanto viene svolto nella scuola secondaria di primo grado).

Risposta corretta 15 cm²

Basta considerare la figura da calcolare come differenza tra il rettangolo di vertici M(1; 7), N(6;7), A(6; 1), P(1; 1) e i triangoli DPO, OMB e BNA. Si ottiene: $(30 - 6 - 6 - 3) \text{ cm}^2 = 15 \text{ cm}^2$

Si potrebbe anche suddividere il quadrilatero ABCD in due triangoli ABD e BCD e calcolarne l'area:

$$\text{area (ABD)} = \frac{(4 \cdot 6)}{2} = 12 \quad \text{area (BCD)} = \frac{(6 \cdot 3)}{2} = 3$$

La loro somma

$$(3+12 = 15)$$

è l'area del quadrilatero (D. Passalacqua:

<http://lnx.sinapsi.org/wordpress/2011/05/17/soluzioni-guidate-matematica-inv>)

AMBITO PREVALENTE
Spazio e Figure

PROCESSO PREVALENTE

Sapere risolvere problemi utilizzando gli strumenti della matematica (*individuare e collegare le informazioni utili, confrontare strategie di soluzione, individuare schemi risolutivi di problemi come ad esempio sequenza di operazioni, esporre il procedimento risolutivo...*)

NUOVO OBBLIGO DI ISTRUZIONE

Confrontare ed analizzare figure geometriche, individuando invarianti e relazioni

D19. La seguente tabella riporta il peso alla nascita, suddiviso in 4 classi, di 30 neonati:

Classi di peso (in kg)	Numero neonati
Da 1 kg e fino a 2 kg	7
Più di 2 kg e fino a 3 kg	8
Più di 3 kg e fino a 4 kg	12
Più di 4 kg e fino a 5 kg	3

Quale delle seguenti espressioni devi usare per trovare il peso medio dei 30 neonati?

- A. $\frac{1,5 + 2,5 + 3,5 + 4,5}{30}$
- B. $\frac{7 + 8 + 12 + 3}{4}$
- C. $\frac{1,5 \cdot 7 + 2,5 \cdot 8 + 3,5 \cdot 12 + 4,5 \cdot 3}{30}$
- D. $\frac{1,5 \cdot 7 + 2,5 \cdot 8 + 3,5 \cdot 12 + 4,5 \cdot 3}{4}$

Per rispondere lo studente deve calcolare la media di una grandezza quantitativa continua di cui è nota la distribuzione di frequenza rispetto a una suddivisione in classi di uguale ampiezza.

Risposta corretta C

Per calcolare la media di una grandezza continua suddivisa in classi di uguale ampiezza si determina il valore medio di ciascuna classe e poi si effettua la media ponderata:

$$(1,5 \cdot 7 + 2,5 \cdot 8 + 3,5 \cdot 12 + 4,5 \cdot 3) / 30$$

L'opzione A non tiene conto della frequenza assoluta relativa a ogni classe; la risposta B non prende in considerazione i valori della variabile di cui si vuole la media, ma le frequenze delle varie classi; la risposta D non tiene conto del numero totale di neonati su cui è stata effettuata la statistica.

AMBITO PREVALENTE

Dati e Previsioni

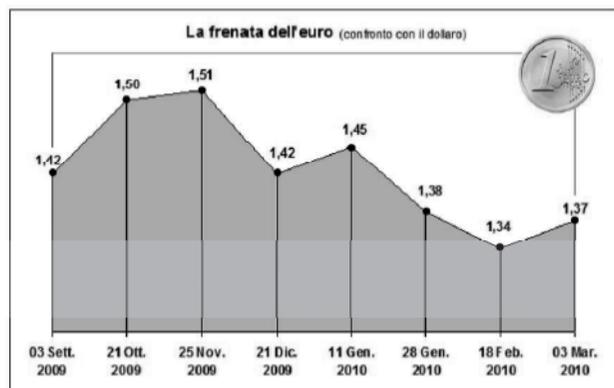
PROCESSO PREVALENTE

Conoscere e padroneggiare algoritmi e procedure (*in ambito aritmetico, geometrico...*)

NUOVO OBBLIGO DI ISTRUZIONE

Analizzare dati e interpretarli sviluppando deduzioni e ragionamenti sugli stessi

D20. Il grafico rappresenta l'andamento del cambio euro-dollaro nel periodo 3 settembre 2009 - 3 marzo 2010.



a. In base al grafico in quale periodo mi sarebbe convenuto cambiare i miei euro in dollari per andare negli Stati Uniti?

- A. Dal 3 settembre al 21 ottobre 2009
- B. Dal 21 ottobre al 25 novembre del 2009
- C. Dall'11 gennaio al 28 gennaio 2010
- D. Dal 18 febbraio al 3 marzo 2010

Per rispondere lo studente deve essere in grado di leggere un grafico che descrive la variazione di una grandezza nel tempo ed effettuare conversioni da un'unità di misura a un'altra.

Risposta corretta B

La scelta di rappresentare con segmenti di uguale lunghezza periodi di tempo di diversa durata non è delle migliori, anche se è frequentemente utilizzata nelle informazioni di questo tipo presenti nei quotidiani. In ogni caso tale scelta non dovrebbe comportare problemi nel fornire la risposta alla domanda 20a), perché dovrebbe essere chiaro che, per andare negli Stati Uniti, conviene cambiare gli euro in dollari nel periodo di maggior valore dell'euro rispetto al dollaro e questo è, senza alcuna ambiguità, il periodo 21 Ottobre – 25 Novembre in cui l'euro raggiunge il suo maggior apprezzamento rispetto al dollaro.

Un possibile e forte distrattore potrebbe essere fornito da un ragionamento dello studente che tenesse conto della possibilità di ricambiare, successivamente, i dollari in euro. In questo caso, qualche studente potrebbe essere tentato di scegliere l'opzione C. Naturalmente la risposta non può essere considerata corretta, perché dipenderebbe dal periodo scelto per il successivo cambio di dollari in euro e il testo della domanda non fornisce informazioni al riguardo. Un altro distrattore potrebbe consistere nel seguente ragionamento: nel periodo 21 Ottobre-25 Novembre il valore dell'euro sta aumentando rispetto al dollaro;

AMBITO PREVALENTE

Numeri

PROCESSO PREVALENTE

DOMANDA a: Utilizzare la matematica appresa per il trattamento quantitativo dell'informazione in ambito scientifico, tecnologico, economico e sociale (*descrivere un fenomeno in termini quantitativi, interpretare una descrizione di un fenomeno in termini quantitativi con strumenti statistici o funzioni, utilizzare modelli matematici per descrivere e interpretare situazioni e fenomeni, ...*).

DOMANDA b : Acquisire progressivamente forme tipiche del pensiero matematico (*congetturare, verificare, giustificare, definire, generalizzare, ...*)

DOMANDA c e d: Conoscere e padroneggiare diverse forme di rappresentazione e sapere passare da una all'altra (*verbale, scritta, simbolica, grafica, ...*)

NUOVO OBBLIGO DI ISTRUZIONE

Individuare le strategie appropriate per la soluzione di problemi

quindi potrebbe non essere conveniente cambiare una moneta forte (gli euro) in una moneta che si sta deprezzando (il dollaro). Risulta però evidente che le informazioni fornite dal grafico dimostrano che una tale strategia, anche se ragionevole, sarebbe stata perdente, visto che nel periodo successivo il dollaro ha acquistato valore.

b) Risposta corretta: una qualunque risposta che affermi che conviene cambiare gli euro in dollari nel periodo di maggiore apprezzamento dell'euro rispetto al dollaro. Per esempio: "perché dal 21 Ottobre al 25 Novembre l'euro mantiene una valutazione (rispetto al dollaro) superiore a quella raggiunta in tutti gli altri periodi".

Oppure "Il 25 novembre ottengo 1,51 dollari con 1 euro quindi ottengo il massimo numero di dollari con i miei euro"

c) Risposta corretta: 1340 dollari
 $1,34 \text{ dollari/euro} \cdot 1000 \text{ euro} = 1340 \text{ dollari}$

d) Risposta corretta: 746,27 euro
 $1,34 \text{ dollari/euro} \cdot x \text{ euro} = 1000 \text{ dollari}$
 $x = 1000/1,34 \text{ euro}$. Il risultato approssimato ai centesimi è 746,27 euro.

<p>D21. Quale fra le seguenti uguaglianze è corretta, qualunque sia il numero reale che sostituisce la x?</p> <p><input type="checkbox"/> A. $\sqrt{x^2} = x$</p> <p><input type="checkbox"/> B. $\sqrt{x^2} = \pm x$</p> <p><input type="checkbox"/> C. $\sqrt{x^2} = x$</p> <p><input type="checkbox"/> D. $\sqrt{x^2} = \pm x$</p>	<p>Per rispondere, lo studente deve riconoscere l'identità tra le due funzioni $\sqrt{x^2}$ e x</p> <p>Risposta corretta C</p> <p>Per definizione $\sqrt{x^2} = x$. Le opzioni A, B e D costituiscono dei distrattori (forti soprattutto per A e per B). L'opzione A non può però essere corretta, perché se $\sqrt{x^2} = x$ si dovrebbe necessariamente avere $\sqrt{(-2)^2} = -2$ e $\sqrt{(2)^2} = 2$ in contraddizione con il fatto che $\sqrt{(-2)^2}$ e $\sqrt{(2)^2}$ sono entrambe uguali a $\sqrt{4}$. Analogamente B e D non possono essere accettate, perché l'operazione di estrazione di una radice quadrata, quando possibile, è univoca, ossia dà un solo risultato.</p> <p>Gli errori eventualmente commessi dagli studenti nella risposta a questa domanda possono essere imputati ad automatismi nella risoluzione di equazioni di secondo grado come per esempio $x^2 = 4$. In genere gli studenti scrivono direttamente $x = \pm 2$ immaginando che tale risultato derivi dal passaggio $x = \sqrt{4} = \pm 2$.</p> <p>Il passaggio corretto, invece è $x = 2$ da cui $x = 2$ o $x = -2$.</p>	<p>AMBITO PREVALENTE Relazioni e Funzioni</p> <p>PROCESSO PREVALENTE Conoscere e padroneggiare i contenuti specifici della matematica (<i>oggetti matematici, proprietà, strutture...</i>)</p> <p>NUOVO OBBLIGO DI ISTRUZIONE Utilizzare le tecniche e le procedure del calcolo aritmetico ed algebrico</p>
---	--	--

<p>D22. Il polinomio $x^4 - 16$ è divisibile per</p> <p><input type="checkbox"/> A. $x^2 - 8$</p> <p><input type="checkbox"/> B. $x - 4$</p> <p><input type="checkbox"/> C. $x + 2$</p> <p><input type="checkbox"/> D. $(x - 2)^2$</p>	<p>Per rispondere alla domanda lo studente deve conoscere il concetto di divisibilità fra due polinomi. Può procedere direttamente con l'operazione di divisione, oppure utilizzare le tecniche di scomposizione in fattori.</p> <p>Risposta corretta C $x^4 - 16 = (x^2 - 4)(x^2 + 4) = (x - 2)(x + 2)(x^2 + 4)$ Come risulta dalla sua scomposizione in fattori, $x^4 - 16$ non è divisibile per $x^2 - 8$, né per $x - 4$, né per $(x - 2)^2$, mentre è divisibile per $x + 2$.</p> <p>Le opzioni A e B avrebbero potuto anche essere escluse notando che gli zeri della funzione $x^4 - 16$ (ossia 2 e -2) non sono zeri della funzione $x^2 - 8$, né della funzione $x - 4$.</p>	<p>AMBITO PREVALENTE Numeri</p> <p>PROCESSO PREVALENTE Conoscere e padroneggiare i contenuti specifici della matematica (<i>oggetti matematici, proprietà, strutture...</i>)</p> <p>NUOVO OBBLIGO DI ISTRUZIONE Utilizzare le tecniche e le procedure del calcolo algebrico.</p>
<p>D23. Le dimensioni di una piazza rettangolare di una grande città sono circa $620 \text{ m} \times 120 \text{ m}$. Le stime comparse sui giornali sul numero di partecipanti a una manifestazione che ha riempito la piazza variano da 100 000 a oltre 1 000 000.</p> <p>a. Sapendo che diverse fotografie scattate durante la manifestazione evidenziano una densità di circa 4 persone al metro quadro, che cosa si può concludere circa l'effettivo numero dei partecipanti?</p> <p><input type="checkbox"/> A. Le stime dei giornali sono tutte errate perché dalle informazioni disponibili i partecipanti non potevano essere più di 20 000.</p> <p><input type="checkbox"/> B. Una stima ragionevole è di circa 300 000 partecipanti.</p> <p><input type="checkbox"/> C. Ha ragione chi ha parlato di più di un milione di partecipanti.</p> <p><input type="checkbox"/> D. La piazza non può contenere molte persone più di uno stadio, quindi c'erano meno di 150 000 partecipanti.</p> <p>b. Mostra i calcoli che hai fatto per trovare la risposta.</p> <p>.....</p> <p>.....</p>	<p>Per rispondere alla domanda lo studente deve essere in grado di effettuare stime numeriche e di conoscere le relazioni tra numerosità di una popolazione, area del territorio su cui si distribuisce e densità di quella popolazione relativa a quel territorio.</p> <p>Risposta corretta alla domanda a) B</p> <p>Risposta corretta alla domanda b) $4 \cdot 74400 = 297600$ oppure $4 = x / (620 \cdot 120)$, da cui $x = 4 \cdot 74400$ $x = 297600$ oppure $(620 \cdot 120) \cdot 4 = 297600$</p> <p>Le opzioni A e C rievocano le stime assai differenti, effettuate da soggetti diversi, che spesso compaiono sui quotidiani. L'opzione D si basa su un assunto apparentemente ragionevole, ma che non è contenuto nel testo della domanda e che non vale in generale.</p>	<p>AMBITO PREVALENTE Numeri</p> <p>PROCESSO PREVALENTE Sapere riconoscere in contesti diversi il carattere misurabile di oggetti e fenomeni e saper utilizzare strumenti di misura (<i>saper individuare l'unità o lo strumento di misura più adatto in un dato contesto, saper stimare una misura...</i>)</p> <p>NUOVO OBBLIGO DI ISTRUZIONE Analizzare dati e interpretarli sviluppando deduzioni e ragionamenti sugli stessi, usando consapevolmente gli strumenti di calcolo</p>

<p>D24. La formula $l = l_0 + k \cdot P$ esprime la lunghezza l di una molla al variare del peso P applicato. l_0 rappresenta la lunghezza in centimetri “a riposo” della molla; k indica di quanto si allunga in centimetri la molla quando si applica una unità di peso. Quale delle formule elencate si adatta meglio alla seguente descrizione: “È una molla molto lunga e molto resistente alla trazione”?</p> <p><input type="checkbox"/> A. $l = 15 + 0,5 \cdot P$</p> <p><input type="checkbox"/> B. $l = 75 + 7 \cdot P$</p> <p><input type="checkbox"/> C. $l = 70 + 0,01 \cdot P$</p> <p><input type="checkbox"/> D. $l = 60 + 6 \cdot P$</p>	<p>Per rispondere alla domanda lo studente deve avere una certa confidenza con semplici modelli lineari di situazioni fisiche e saper associare, ai parametri “intercetta” e “pendenza” della funzione lineare che modella il fenomeno, le caratteristiche fisiche dell’oggetto osservato (in questo caso “lunghezza” e “resistenza alla trazione” della molla).</p> <p>Risposta corretta C</p> <p>Innanzitutto è bene notare che bassi valori della pendenza delle funzioni lineari, ossia del coefficiente k, indicano grande resistenza alla trazione (a parità di peso P la molla che si allunga meno è quella che ha il valore più basso di k); inoltre alti valori dell’intercetta delle funzioni lineari, ossia del parametro l_0, indicano molle lunghe.</p> <p>Le molle modellizzate dalle relazioni $l = 70 + 0,01P$ e $l = 75 + 7P$ sono quindi le più lunghe, ma la seconda ha un valore di k che è maggiore di quello di tutte le altre molle. Quindi è la molla meno resistente alla trazione.</p> <p>Invece la molla modellizzata da $l = 70 + 0,01P$ oltre a essere la seconda per lunghezza, è quella che resiste alla trazione più di tutte le altre. Quindi è quella che meglio si adatta alla descrizione fornita dal testo della domanda.</p>	<p>AMBITO PREVALENTE Relazioni e Funzioni</p> <p>PROCESSO PREVALENTE Conoscere e padroneggiare diverse forme di rappresentazione e sapere passare da una all'altra (<i>verbale, scritta, simbolica, grafica, ...</i>)</p> <p>NUOVO OBBLIGO DI ISTRUZIONE Analizzare dati e interpretarli sviluppando deduzioni e ragionamenti sugli stessi.</p>
---	---	--

<p>D25. Per l'acquisto di un computer sono stati spesi 300 euro. Il prezzo è composto dal costo base più l'IVA, pari al 20% del costo base. Quanto è stato pagato di IVA?</p> <p>Risposta: euro</p>	<p>Per rispondere lo studente deve sapere risolvere problemi diretti e inversi relativi al calcolo di percentuali.</p> <p>Risposta corretta 50 euro</p> <p>$300 = x + 20/100x$ da cui $x = 250$ Oppure $300 = x + x/5$ da cui $x = 250$ Oppure $300 = 1,2x$ da cui $x = 250$ In tutti i casi l'IVA è data da $300 - 250 = 50$ euro</p>	<p>AMBITO PREVALENTE Relazioni e Funzioni</p> <p>PROCESSO PREVALENTE Conoscere e padroneggiare algoritmi e procedure (<i>in ambito aritmetico, geometrico...</i>)</p> <p>NUOVO OBBLIGO DI ISTRUZIONE Utilizzare le tecniche e le procedure del calcolo aritmetico ed algebrico.</p>																																																
<p>D26. Nelle prime due colonne di un foglio elettronico sono state calcolate alcune coppie di valori (x, y) di una funzione.</p> <table border="1" data-bbox="450 662 689 1077"> <thead> <tr> <th></th> <th>A x</th> <th>B y</th> <th>C</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>1</td> <td>0</td> <td></td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>2</td> <td>1</td> <td></td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>5</td> <td>2</td> <td></td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>10</td> <td>3</td> <td></td> </tr> <tr> <td>5</td> <td>17</td> <td>4</td> <td></td> </tr> <tr> <td>6</td> <td>26</td> <td>5</td> <td></td> </tr> <tr> <td>7</td> <td>37</td> <td>6</td> <td></td> </tr> <tr> <td>8</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>9</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>10</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td>11</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table> <p>Quale tra le seguenti è la funzione di cui sono stati calcolati i valori (x, y)?</p> <p><input type="checkbox"/> A. $y = \sqrt{x} - 1$</p> <p><input type="checkbox"/> B. $y = \sqrt{x+1}$</p> <p><input type="checkbox"/> C. $y = \sqrt{x-1}$</p> <p><input type="checkbox"/> D. $y = 1 + \sqrt{x}$</p>		A x	B y	C	1	1	0		2	2	1		3	5	2		4	10	3		5	17	4		6	26	5		7	37	6		8				9				10				11				<p>Per rispondere alla domanda lo studente deve essere in grado di effettuare conversioni tra due diversi registri di rappresentazione di una funzione: quello numerico, fornito mediante la tabella, e quello simbolico, fornito mediante la formula.</p> <p>In particolare può utilizzare le tecniche delle differenze finite, oppure limitarsi a sostituire, nelle formule date nelle varie opzioni, i valori numerici forniti nella tabella per riconoscere la scrittura simbolica che rappresenta correttamente i valori della tabella.</p> <p>Risposta corretta C</p> <p>Possibile risoluzione: L'opzione A è da scartare, perché la coppia (2; 1) non soddisfa l'equazione $y = \sqrt{x} - 1$ Infatti 1 è diverso da $\sqrt{2} - 1$. L'opzione B è da scartare, perché la coppia (1;0) non soddisfa l'equazione $y = \sqrt{x+1}$ Infatti 0 è</p>	<p>AMBITO PREVALENTE Relazioni e Funzioni</p> <p>PROCESSO PREVALENTE Conoscere e padroneggiare diverse forme di rappresentazione e sapere passare da una all'altra (<i>verbale, scritta, simbolica, grafica, ...</i>)</p> <p>NUOVO OBBLIGO DI ISTRUZIONE Analizzare dati e interpretarli sviluppando deduzioni e ragionamenti sugli stessi, usando consapevolmente gli strumenti di calcolo e le potenzialità offerte da applicazioni specifiche di tipo informatico</p>
	A x	B y	C																																															
1	1	0																																																
2	2	1																																																
3	5	2																																																
4	10	3																																																
5	17	4																																																
6	26	5																																																
7	37	6																																																
8																																																		
9																																																		
10																																																		
11																																																		

diverso da $\sqrt{2}$.

L'opzione D è da scartare, perché la coppia (1;0) non soddisfa l'equazione $y = 1 + \sqrt{x}$. Infatti 0 è diverso da 2.

Quindi l'unica opzione possibile è la C. Infatti l'equazione $y = \sqrt{x+1}$ è soddisfatta da tutte le coppie della tabella.

Oppure si potrebbe osservare che i valori della x diminuiti di 1 sono quadrati perfetti e quindi l'opzione C è l'unica corretta (D. Passalacqua:

<http://lnx.sinapsi.org/wordpress/2011/05/17/soluzioni-guidate-matematica-inv>)

Altra possibile risoluzione

I dati della colonna y variano con passo costante; le differenze prime della colonna x variano linearmente e quindi le differenze seconde sono costanti. Allora la relazione che lega x a y è del tipo $x = ay^2 + by + c$

Imponendo la condizione di appartenenza dei punti (1; 0), (2;1) e (5; 2) si ottiene il sistema lineare:

$$\begin{cases} 1 = c \\ 2 = a + b + 1 & \text{ossia, con pochi passaggi} \\ 5 = 4a + 2b + 1 \end{cases}$$

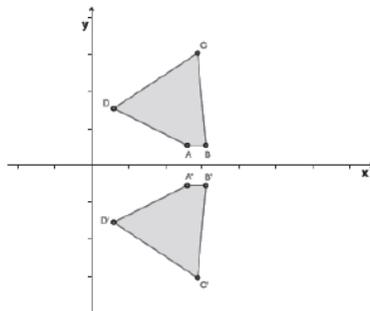
$$\begin{cases} 1 = c \\ b = 1 - a & \text{e, infine, } a = 1, b = 0 \text{ e } c = 1 \\ 2a + b = 2 \end{cases}$$

Si ha quindi $x = y^2 + 1$ che per y non negativi (come sono i valori della tabella) equivale a

$$y = \sqrt{x-1}$$

<p>D27. Carlotta, nel periodo di Natale, lavora come commessa in un negozio di calzature e guadagna 8 euro all'ora più una commissione del 5% sul ricavo totale delle scarpe che riesce a vendere. Quale formula esprime il suo guadagno g, se lavora h ore e vende scarpe per un valore totale di s euro?</p> <p><input type="checkbox"/> A. $g = 8h + 0,05s$</p> <p><input type="checkbox"/> B. $g = 8h + 0,5s$</p> <p><input type="checkbox"/> C. $g = 5h + 8s$</p> <p><input type="checkbox"/> D. $g = 8h + 5s$</p>	<p>Per rispondere alla domanda lo studente deve avere una certa confidenza con semplici modelli lineari e conoscere il significato di percentuale.</p> <p>Risposta corretta A</p> <p>Se Carlotta guadagna 8 euro all'ora, in h ore avrà un guadagno di $8h$ euro. Quindi l'opzione C è da scartare. Se, inoltre, Carlotta guadagna una commissione del 5% sul ricavo totale s delle scarpe che riesce a vendere, deve accrescere il suo guadagno di $8h$ euro con il guadagno $5s/100$, ossia con $0,05s$.</p> <p>La risposta corretta è quindi $g = 8h + 0,05s$.</p>	<p>AMBITO PREVALENTE Relazioni e Funzioni</p> <p>PROCESSO PREVALENTE Sapere risolvere problemi utilizzando gli strumenti della matematica (<i>individuare e collegare le informazioni utili, confrontare strategie di soluzione, individuare schemi risolutivi di problemi ...</i>)</p> <p>NUOVO OBBLIGO DI ISTRUZIONE Individuare le strategie appropriate per la soluzione di problemi</p>
<p>D28. In un torneo di calcio fra scuole una squadra guadagna 3 punti se vince, 1 punto se pareggia e nessun punto se perde. Una squadra ha vinto tante partite quante ne ha pareggiate. Quale dei seguenti punteggi <u>non</u> può aver totalizzato la squadra?</p> <p><input type="checkbox"/> A. 24</p> <p><input type="checkbox"/> B. 28</p> <p><input type="checkbox"/> C. 30</p> <p><input type="checkbox"/> D. 32</p>	<p>Per rispondere lo studente può modellizzare il problema con un'equazione, oppure lavorare direttamente sul campo di esperienza dei multipli.</p> <p>Risposta corretta C</p> <p>Siano v le partite vinte e p le partite pareggiate. I punti fatti sono quindi $3v + p$. Poiché $p = v$, allora i punti fatti sono $4p$. Ciò vuol dire che il punteggio realizzato è un multiplo di 4. L'unico numero che <u>non</u> è multiplo di 4 è 30. Quindi 30 è l'unico punteggio che la squadra <u>non</u> può aver totalizzato.</p>	<p>AMBITO PREVALENTE Numeri</p> <p>PROCESSO PREVALENTE Conoscere e padroneggiare algoritmi e procedure (<i>in ambito aritmetico, geometrico...</i>)</p> <p>NUOVO OBBLIGO DI ISTRUZIONE Utilizzare le tecniche e le procedure del calcolo aritmetico ed algebrico</p>
<p>D29. L'espressione $\frac{9}{10} + \frac{8}{10^2} + \frac{7}{10^4} + \frac{2}{10^5}$ si può rappresentare mediante il numero decimale</p> <p><input type="checkbox"/> A. 98,72</p> <p><input type="checkbox"/> B. 9,8072</p> <p><input type="checkbox"/> C. 0,9872</p> <p><input type="checkbox"/> D. 0,98072</p>	<p>Per rispondere è bene che lo studente abbia ben chiara la rappresentazione polinomiale (in base 10) di un numero razionale.</p> <p>Risposta corretta D</p> <p>L'espressione può essere scritta come $0,9 + 0,08 + 0,0007 + 0,00002$ ossia 0,98072.</p> <p>Si può notare che la possibilità di utilizzare la calcolatrice numerica può aiutare considerevolmente nella risposta.</p>	<p>AMBITO PREVALENTE Numeri</p> <p>PROCESSO PREVALENTE Conoscere e padroneggiare diverse forme di rappresentazione e sapere passare da una all'altra (<i>verbale, scritta, simbolica, grafica, ...</i>)</p> <p>NUOVO OBBLIGO DI ISTRUZIONE Utilizzare le tecniche e le procedure del calcolo aritmetico ed algebrico</p>

D30. Il quadrilatero $A'B'C'D'$ è ottenuto applicando al quadrilatero $ABCD$ una trasformazione.



Di quale trasformazione si tratta?

- A. Traslazione
- B. Simmetria rispetto all'asse y
- C. Simmetria rispetto all'asse x
- D. Rotazione attorno all'origine

Per rispondere è necessario conoscere il significato di simmetria (assiale e centrale).

Risposta corretta C

È immediato osservare che i vertici dei due poligoni si corrispondono in una simmetria avente come asse quello delle x .

AMBITO PREVALENTE

Spazio e Figure

PROCESSO PREVALENTE

Conoscere e padroneggiare i contenuti specifici della matematica (*oggetti matematici, proprietà, strutture...*)

NUOVO OBBLIGO DI ISTRUZIONE

Confrontare ed analizzare figure geometriche, individuando invarianti e relazioni