

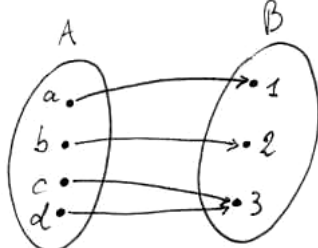
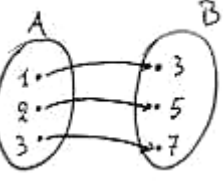
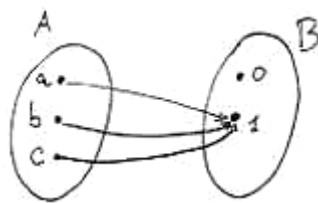
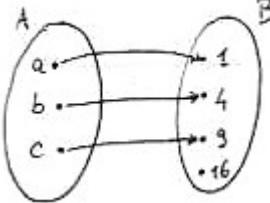
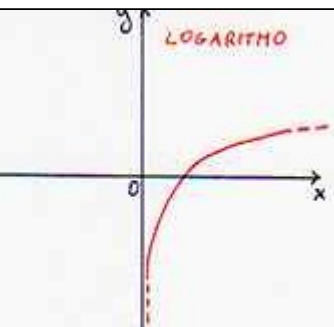
FUNZIONI – ESERCIZI CON SOLUZIONI

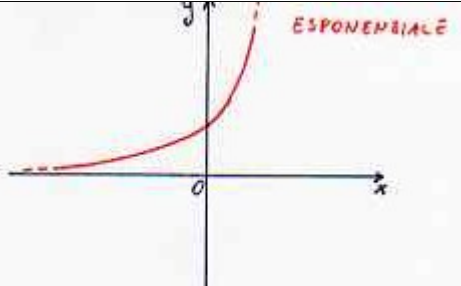
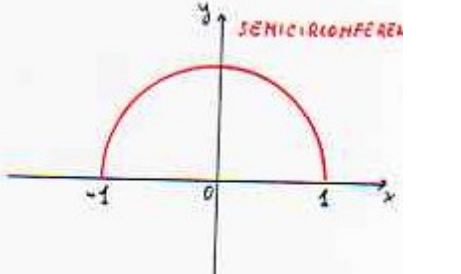
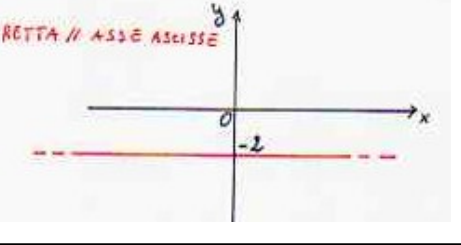
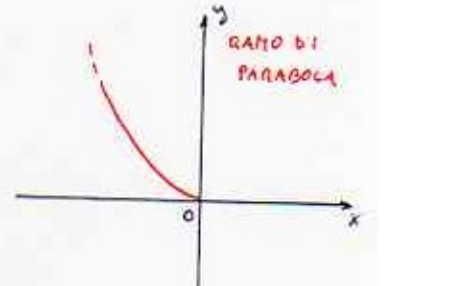
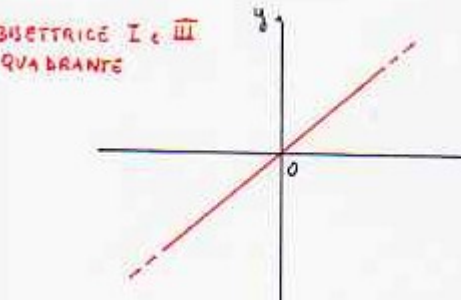
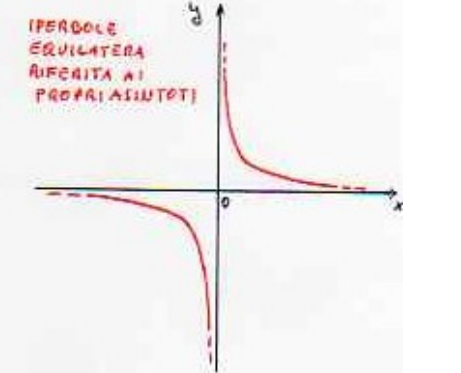
1. Stabilire se le seguenti corrispondenze sono funzioni. Nel caso in cui non lo siano, spiegare il perché.

	SI		SI
	NO: l'elemento "d" non è immagine di alcun elemento di B		SI
	NO: l'elemento "x" è immagine di due elementi di B		NO: ci sono elementi di A che non hanno immagine in B e un elemento di A ha molte immagini in B
	SI		NO: alcune x hanno due y come immagini
	NO: alcune x hanno due y come immagini		SI
	SI		NO: alcune x hanno più y come immagini
<p>A={Roma, Parigi, Cambridge}, B={Italia, Francia, Inghilterra}</p>	NO: l'elemento "Cambridge" non ha	<p>A={1,-1,2,-2}, B={1,-1,4,-4}</p>	SI

$C=\{(Roma, Italia);(Parigi, Francia)\}$	immagini in B	$C=\{(1,1);(-1,1);(2,4);(-2,4)\}$	
$A=\{Vega, Deneb, Altair\}$ $B=\{Lyra, Cigno, Aquila\}$ $C=\{(Vega, Lyra);(Deneb, Cigno);(Altair, Aquila)\}$	SI	$A=\{0,1,2\}$ $B=\{1,-1\}$ $C=\{(0,1);(0,-1);(1,1)\}$	NO: l'elemento "0" ha due immagini in B e l'elemento "2" non ha immagini in B

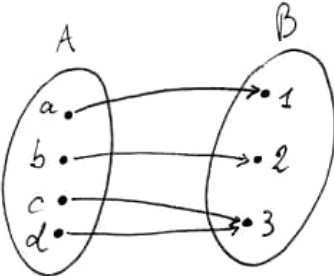
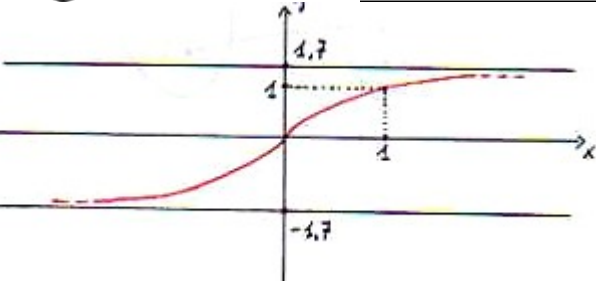
2. Stabilire se le seguenti funzioni sono funzioni iniettive, funzioni suriettive, funzioni biiettive e spiegare accanto il perché:

	$f : A \rightarrow B$ iniettiva:NO suriettiva:SI biiettiva:NO
	$f : A \rightarrow B$ iniettiva:SI suriettiva:SI biiettiva:SI
	$f : A \rightarrow B$ iniettiva:NO suriettiva:NO biiettiva:NO
	$f : A \rightarrow B$ iniettiva:SI suriettiva:NO biiettiva:NO
	$f : (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ iniettiva:SI suriettiva:SI biiettiva:SI

 <p>ESPOENZIALE</p>	$f : \mathbb{R} \rightarrow (0, +\infty)$ iniettiva:SI suriettiva:SI biiettiva:SI
 <p>SEMICIRCONFERENZA</p>	$f : [-1, 1] \rightarrow [0, 1]$ iniettiva:NO suriettiva:SI biiettiva:NO
 <p>RETTA // ASSE ASCISSE</p>	$f : \mathbb{R} \rightarrow \{-2\}$ iniettiva:NO suriettiva:SI biiettiva:NO
 <p>RATTO DI PARABOLA</p>	$f : (-\infty, 0] \rightarrow [0, +\infty)$ iniettiva:SI suriettiva:SI biiettiva:SI
 <p>BISETTRICE I e III QUADRANTE</p>	$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ iniettiva:SI suriettiva:SI biiettiva:SI
 <p>IPERBOLE EQUILATERA RIFERITA AI PROPRI ASSINTOTI</p>	$f : \mathbb{R} - \{0\} \rightarrow \mathbb{R} - \{0\}$ iniettiva:SI suriettiva:SI biiettiva:SI
<p>$A = \{1, -1, 2, -2\}$,</p>	$f : A \rightarrow B$ iniettiva:NO

$B = \{1, 4, 9\}$ $C = \{(1, 1); (-1, 1); (2, 4); (-2, 4)\}$	suriettiva: NO biiettiva: NO
$A = \{0, 1, 2\}$, $B = \{5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, \dots\}$ $C = \{(0, 5); (1, 6); (2, 7)\}$	$f : A \rightarrow B$ iniettiva: SI suriettiva: NO biiettiva: NO
$A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots\}$, $B = \{0, 1, 8, 27, 64, 125, 216, \dots\}$ $C = \{(0, 0); (1, 1); (2, 8); (3, 27); (4, 64); (5, 125); (6, 216), \dots\}$	$f : A \rightarrow B$ iniettiva: SI suriettiva: SI biiettiva: SI

3. Date le seguenti funzioni determinare:

	<ul style="list-style-type: none"> • Dominio: $\{a, b, c, d\}$ • Insieme di arrivo: $\{1, 2, 3\}$ • Immagine della funzione: $\{1, 2, 3\}$ • Immagine dell'elemento a: 1 • Controimmagine dell'elemento 2: b
	<ul style="list-style-type: none"> • Dominio: \mathbb{R} • Insieme di arrivo: $(-1, 7; 1, 7)$ (oppure \mathbb{R}) • Immagine della funzione: $(-1, 7; 1, 7)$ • Immagine dell'elemento 1: 1 • Controimmagine dell'elemento 1: 1
$A = \{1, -1, 2, -2\}$, $B = \{1, 4, 9\}$ $C = \{(1, 1); (-1, 1); (2, 4); (-2, 4)\}$	<ul style="list-style-type: none"> • Dominio: A • Insieme di arrivo: B • Immagine della funzione: $\{1, 4\}$ • Immagine dell'elemento 2: 4 • Controimmagine dell'elemento 1: 1 e -1
$f(x) = 2x + 1$	<ul style="list-style-type: none"> • Dominio: \mathbb{R} • Insieme di arrivo: \mathbb{R} • Immagine della funzione: \mathbb{R} • Immagine dell'elemento 2: 5 • Controimmagine dell'elemento 0: -1/2
$f(x) = x^2$	<ul style="list-style-type: none"> • Dominio: \mathbb{R}

	<ul style="list-style-type: none"> • Insieme di arrivo: $[0, +\infty)$ (oppure \mathbb{R}) • Immagine della funzione: $[0, +\infty)$ • Immagine dell'elemento -2: 4 • Controimmagine dell'elemento 9: -3 e 3
--	---

4. Date le funzioni rappresentate dalla tabella sottostante stabilisci le leggi analitiche $y = f(x)$ corrispondenti.

<table border="1"> <thead> <tr><th>x</th><th>y</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>-2</td><td>-1</td></tr> <tr><td>-1</td><td>1</td></tr> <tr><td>0</td><td>3</td></tr> <tr><td>1</td><td>5</td></tr> <tr><td>2</td><td>7</td></tr> <tr><td>3</td><td>9</td></tr> </tbody> </table> <p>$y = 2x + 3$</p>	x	y	-2	-1	-1	1	0	3	1	5	2	7	3	9	<table border="1"> <thead> <tr><th>x</th><th>y</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>-2</td><td>-7</td></tr> <tr><td>-1</td><td>-5</td></tr> <tr><td>0</td><td>-3</td></tr> <tr><td>1</td><td>-1</td></tr> <tr><td>2</td><td>1</td></tr> <tr><td>3</td><td>3</td></tr> </tbody> </table> <p>$y = 2x - 3$</p>	x	y	-2	-7	-1	-5	0	-3	1	-1	2	1	3	3	<table border="1"> <thead> <tr><th>x</th><th>y</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>-2</td><td>-11</td></tr> <tr><td>-1</td><td>-6</td></tr> <tr><td>0</td><td>-1</td></tr> <tr><td>1</td><td>4</td></tr> <tr><td>2</td><td>9</td></tr> <tr><td>3</td><td>14</td></tr> </tbody> </table> <p>$y = 5x - 1$</p>	x	y	-2	-11	-1	-6	0	-1	1	4	2	9	3	14	<table border="1"> <thead> <tr><th>x</th><th>y</th></tr> </thead> <tbody> <tr><td>-2</td><td>-9</td></tr> <tr><td>-1</td><td>-4</td></tr> <tr><td>0</td><td>1</td></tr> <tr><td>1</td><td>6</td></tr> <tr><td>2</td><td>11</td></tr> <tr><td>3</td><td>16</td></tr> </tbody> </table> <p>$y = 5x + 1$</p>	x	y	-2	-9	-1	-4	0	1	1	6	2	11	3	16
x	y																																																										
-2	-1																																																										
-1	1																																																										
0	3																																																										
1	5																																																										
2	7																																																										
3	9																																																										
x	y																																																										
-2	-7																																																										
-1	-5																																																										
0	-3																																																										
1	-1																																																										
2	1																																																										
3	3																																																										
x	y																																																										
-2	-11																																																										
-1	-6																																																										
0	-1																																																										
1	4																																																										
2	9																																																										
3	14																																																										
x	y																																																										
-2	-9																																																										
-1	-4																																																										
0	1																																																										
1	6																																																										
2	11																																																										
3	16																																																										

5. Calcolare il Dominio delle seguenti funzioni:

a. $y = \frac{x+1}{5x-4}$ si pone $5x-4 \neq 0$ $D = \mathbb{R} - \left\{ \frac{4}{5} \right\}$ oppure $\left(-\infty, \frac{4}{5} \right) \cup \left(\frac{4}{5}, +\infty \right)$

b. $y = \frac{x+1}{x}$ si pone $x \neq 0$ $D = \mathbb{R} - \{0\}$ oppure $(-\infty, 0) \cup (0, +\infty)$

c. $y = 2x - 1$ nessuna condizione $D = \mathbb{R}$

d. $y = x^2 + 3x - 1$ nessuna condizione $D = \mathbb{R}$

e. $y = \sqrt{x^2 - 3x + 2}$ si pone $x^2 - 3x + 2 \geq 0$ risolvendo si ha: $D = (-\infty, 1] \cup [2, +\infty)$

f. $y = \sqrt{x^2 + 4}$ si pone $x^2 + 4 \geq 0$ risolvendo si ha: $D = \mathbb{R}$

6. Calcolare, se possibile, la funzione inversa delle seguenti funzioni:

a. $y = x - 5$ $y = x + 5$

b. $y = \frac{1}{3}x + 2$ $y = 3x - 6$

c. $y = x^2 - 1$ non è possibile (non è iniettiva)

d. $y = x^3 - 1$ $y = \sqrt[3]{x+1}$

e. $C = \{(1,-1); (2,-2); (3,-3); (4,-4)\}$ $C = \{(-1,1); (-2,2); (-3,3); (-4,4)\}$

f. $C = \{(1,1); (-1,1); (2,4); (-2,4)\}$ non è possibile (non è iniettiva)

INTERVALLI

Siano $a, b \in \mathbb{R}$, si definisce:

- Intervallo aperto di estremi a e b l'insieme $(a, b) = \{x \in \mathbb{R} : a < x < b\}$
- Intervallo aperto a sinistra (chiuso a destra) di estremi a e b l'insieme $(a, b] = \{x \in \mathbb{R} : a < x \leq b\}$
- Intervallo aperto a destra (chiuso a sinistra) di estremi a e b l'insieme $[a, b) = \{x \in \mathbb{R} : a \leq x < b\}$
- Intervallo chiuso di estremi a e b l'insieme $[a, b] = \{x \in \mathbb{R} : a \leq x \leq b\}$

Se a o b sono uguali a $\pm \infty$ si hanno i seguenti casi:

- $(-\infty, +\infty) = \mathbb{R} = \{x \in \mathbb{R}\}$
- $(-\infty, b) = \{x \in \mathbb{R} : x < b\}$
- $(-\infty, b] = \{x \in \mathbb{R} : x \leq b\}$
- $(a, +\infty) = \{x \in \mathbb{R} : x > a\}$
- $[a, +\infty) = \{x \in \mathbb{R} : x \geq a\}$

NOTAZIONI

\mathbb{R}	Insieme dei numeri reali	$(-\infty, +\infty)$
\mathbb{R}^+	Insieme dei numeri reali positivi, zero escluso	$(0, +\infty)$
\mathbb{R}_0^+	Insieme dei numeri reali positivi, zero incluso	$[0, +\infty) = \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$
\mathbb{R}^-	Insieme dei numeri reali negativi, zero escluso	$(-\infty, 0)$
\mathbb{R}_0^-	Insieme dei numeri reali negativi, zero incluso	$(-\infty, 0] = \mathbb{R}^- \cup \{0\}$