DOMINIO FUNZIONI – ESERCIZI CON SOLUZIONI

1. Calcolare il dominio delle seguenti funzioni (indicare con D il dominio):

   a. $y = 3x - 4x^3 + 1$

   Trattandosi di una funzione algebrica razionale intera, si ha: $D = R$

   b. $y = \sqrt{1 - 5x}$

   Funzione algebrica irrazionale intera: si discute il radicando.

   $1 - 5x \geq 0$ da cui $-5x \geq -1 \qquad 5x \leq 1 \qquad x \leq \frac{1}{5}$

   $D = \left\{ x \in R : x \leq \frac{1}{5} \right\} = \left(-\infty ; \frac{1}{5} \right]$

   c. $y = \frac{3x}{x^2 - 5x + 1}$

   Funzione algebrica razionale fratta: si discute il denominatore.

   $x^2 - 5x + 1 \neq 0$ si risolve l'equazione di 2° grado, che è già in forma normale:

   $x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 4}}{2} = \frac{5 \pm \sqrt{21}}{2}$ da cui $x_1 = \frac{5 - \sqrt{21}}{2}$ e $x_2 = \frac{5 + \sqrt{21}}{2}$

$$D = \left\{ x \in R : x \neq \frac{5 - \sqrt{21}}{2} \text{ e } x \neq \frac{5 + \sqrt{21}}{2} \right\} = \left(-\infty ; \frac{5 - \sqrt{21}}{2} \right) \cup \left(\frac{5 - \sqrt{21}}{2} ; \frac{5 + \sqrt{21}}{2} \right) \cup \left(\frac{5 + \sqrt{21}}{2} ; +\infty \right)$$

   d. $y = 1 - \frac{\sqrt{7x - 1}}{x - 4}$

   Funzione algebrica irrazionale fratta: si discutono la radice e il denominatore.

   $\begin{cases} 7x - 1 \geq 0 \\ x - 4 \neq 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} x \geq \frac{1}{7} \\ x \neq 4 \end{cases}$ da cui $x \geq \frac{1}{7}$ e $x \neq 4 \qquad D = \left[\frac{1}{7} ; 4 \right) \cup (4 ; +\infty)$

   e. $y = 2^{1 - x}$

   Funzione trascendente esponenziale: $D = R$

   f. $y = \log_3 (x - 5)$

   Funzione trascendente logaritmica: si discute l'argomento del logaritmo.

   $x - 5 > 0 \qquad x > 5 \qquad D = (5 ; +\infty)$

   g. $y = e$

   Funzione algebrica razionale intera (è una retta parallela all'asse delle x): $D = R$

h. $y = \frac{x}{x^2+4}$

Funzione algebrica razionale fratta: si discute il denominatore. Poiché il denominatore è dato da una <u>somma di quadrati</u>, che è sempre positiva ($x^2+4 \geq 0 \ \forall x \in R$), possiamo concludere che $D = R$

i. $y = \sqrt{x-1} - \log(2x+3) + \frac{1}{7-x}$

Funzione "mista". Bisogna studiare ogni componente e metterle a sistema:

$$\begin{cases} x-1 \geq 0 \\ 2x+3 > 0 \\ 7-x \neq 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} x \geq 1 \\ x > -\frac{3}{2} \\ x \neq 7 \end{cases} \qquad x \geq 1 \text{ e } x \neq 7 \qquad D = [1;7) \cup (7;+\infty)$$

j. $y = \sqrt[3]{x-1}$

Funzione algebrica irrazionale intera con <u>indice dispari</u>: $D = R$

k. $y = \log(1-x) + \sqrt{x-3}$

Funzione "mista".

$$\begin{cases} 1-x > 0 \\ x-3 \geq 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} x < 1 \\ x \geq 3 \end{cases} \qquad D = \emptyset$$

E' una funzione che non è definita per alcun valore reale.