CALCOLO DEL DOMINIO DELLE FUNZIONI

Per poter affrontare lo studio di una funzione dobbiamo sapere per quali valori dell'incognita la funzione è definita. Per esempio è inutile studiare il comportamento della funzione $y = \frac{1}{x}$ nel punto $x = 0$, dato che qui la funzione non è definita. Il primo passo che dovremo affrontare è dunque il calcolo del Dominio della funzione. Per poter affrontare tale calcolo è necessario saper riconoscere la funzione in base alla classificazione dell'espressione analitica, in pratica individuare le operazioni presenti. Per ciò che abbiamo studiato fino a questo punto, le operazioni da "segnalare" sono tre:

1. Divisioni
2. Radici con indici pari
3. Logaritmi

Tutte le altre operazioni non destano preoccupazione perché sono definite in tutto l'insieme dei numeri reali R.

Ovviamente <u>le tre operazioni segnalate devono coinvolgere l'incognita</u>. Vediamo nel dettaglio i passi da eseguire per ciascuna operazione.

1. **Funzione algebrica fratta**: <u>porre il denominatore diverso da zero</u>.

Esempio: Calcolare il Dominio della funzione $y = \frac{1}{x-2}$.

$x - 2 \neq 0$ da cui $x \neq 2$. Il dominio è dunque: $D = R - \{2\}$ che si può scrivere anche sotto forma di intervalli: $D = (-\infty;2) \cup (2;+\infty)$

2. **Funzione algebrica irrazionale con indice pari**: <u>porre il radicando maggiore o uguale a zero</u>

Esempio: Calcolare il Dominio della funzione $y = \sqrt{3-x}$.

$3 - x \geq 0$ da cui $x \leq 3$. Il dominio è dunque: $D = \{x \in R : x \leq 3\}$ che si può scrivere anche sotto forma di intervalli: $D = (-\infty;3]$

3. **Funzione logaritmica**: <u>porre l'argomento maggiore di zero</u>

Esempio: Calcolare il Dominio della funzione $y = \log(2x+5)$.

$2x+5>0$ da cui $x>-\frac{5}{2}$. Il dominio è dunque: $D=\left\{x\in R: x>-\frac{5}{2}\right\}$ che si può scrivere anche sotto forma di intervalli: $D=\left(-\frac{5}{2};+\infty\right)$

Osservazioni

- Lo studio del dominio per le funzioni algebriche fratte è esattamente quello che abbiamo già fatto quando abbiamo studiato il dominio delle equazioni fratte.
- Nel caso delle funzioni algebriche irrazionali, si studia il caso solo dell'indice di radici pari, in quanto se l'indice è dispari non ci sono limitazioni: è infatti possibile calcolare una radice cubica di numeri negativi, mentre non esiste una radice quadrata di un numero negativo.
- Per i logaritmi è necessario studiare l'argomento perché non è possibile calcolare logaritmi di numeri negativi o uguali a zero.
- Gli esponenziali "semplici" (il perché di questa precisazione verrà chiarito nell'esempio successivo) non creano problemi, perché l'esponente può assumere qualsiasi numero reale.
- Anche le algebriche intere (dette polinomiali) non creano problemi: il loro dominio è tutto R.

Nel caso in cui una funzione sia composta da più parti rientranti nei casi precedenti, è necessario imporre tutte le condizioni viste e, poiché tutte le condizioni devono essere soddisfatte contemporaneamente, dobbiamo farne l'<u>intersezione</u> che da un punto di vista algebrico significa fare il <u>sistema</u>.

Esempio: calcolare il dominio della funzione $y=2^{\frac{x}{1-x}}\cdot\frac{\sqrt{\log(2x+5)}}{x^2-2x+1}+x^3$

Analizziamo le varie componenti:

- L'esponente di 2 è una espressione algebrica fratta, da cui : $1-x\neq 0$ (si noti che, pur essendo esponenziale, contiene all'esponente una divisione con la x, che dunque va discussa)
- C'è una radice quadrata: $\log(2x+5)\geq 0$
- Il logaritmo: $2x+5>0$
- Il denominatore contenente la x: $x^2-2x+1\neq 0$

Tutte queste condizioni vanno messe a sistema:

$$\begin{cases} 1-x \neq 0 \\ \log(2x+5) \geq 0 \\ 2x+5 > 0 \\ x^2-2x+1 \neq 0 \end{cases}$$ La soluzione del sistema sarà il dominio della funzione