CLASSIFICAZIONE FUNZIONI – ESERCIZI CON SOLUZIONI

1. Classificare le seguenti funzioni in base alla espressione analitica:

   a. $y = 3x - 4x^3 + 1$ algebrica razionale intera
   b. $y = \sqrt{1-5x}$ algebrica irrazionale intera
   c. $y = \dfrac{3x}{x^2 - 5x + 1}$ algebrica razionale fratta
   d. $y = 1 - \dfrac{\sqrt{7x^3 - 1}}{x-4}$ algebrica irrazionale fratta
   e. $y = 2^{1-x}$ trascendente
   f. $y = \log_3(x-5)$ trascendente

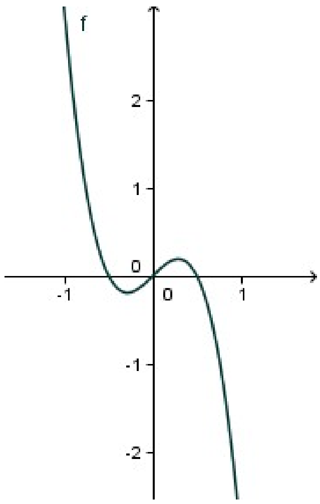
2. Stabilire se le seguenti funzioni sono pari, dispari, né pari né dispari:

   a. $f(x) = -4x^3 + x$

   $f(-x) = -4(-x)^3 + (-x) = 4x^3 - x$

   $-f(x) = -(-4x^3 + x) = 4x^3 - x$

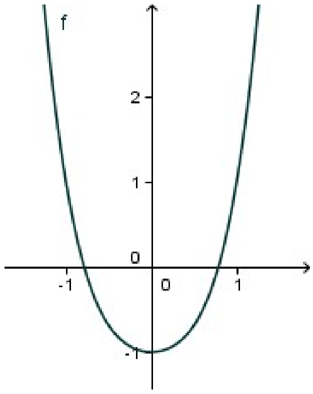
   Poiché $f(-x) = -f(x)$ la funzione è Dispari



   b. $f(x) = x^4 + x^2 - 1$

   $f(-x) = (-x)^4 + (-x)^2 - 1 = x^4 + x^2 - 1$

   Poiché $f(-x) = f(x)$ la funzione è Pari

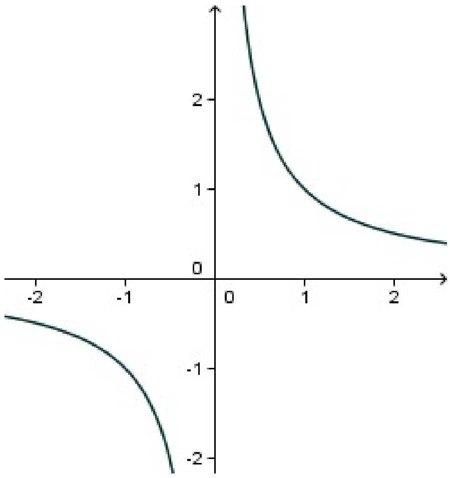


c. $f(x)=\dfrac{1}{x}$

$f(-x)=\dfrac{1}{(-x)}=-\dfrac{1}{x}$

$-f(x)=-\dfrac{1}{x}$

Poiché $f(-x)=-f(x)$ la funzione è Dispari

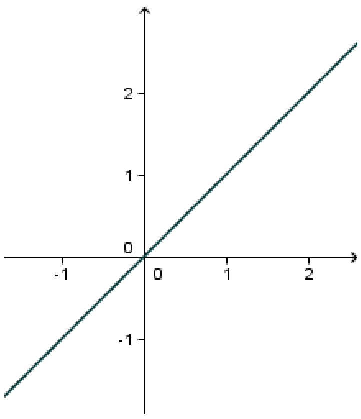


d. $f(x)=x$

$f(-x)=-x$

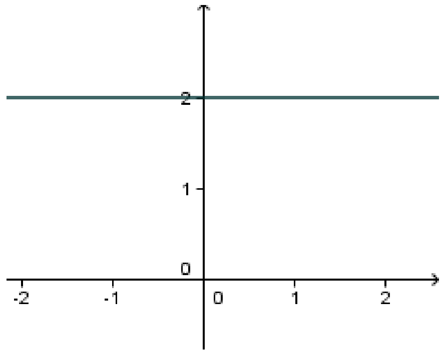
$-f(x)=-x$

Poiché $f(-x)=-f(x)$ la funzione è Dispari



e. $f(x) = 2$

Poiché la x non è presente nell'espressione analitica, allora sarà sicuramente $f(-x) = f(x)$, quindi la funzione è Pari (la funzione è una retta parallela all'asse delle ascisse).

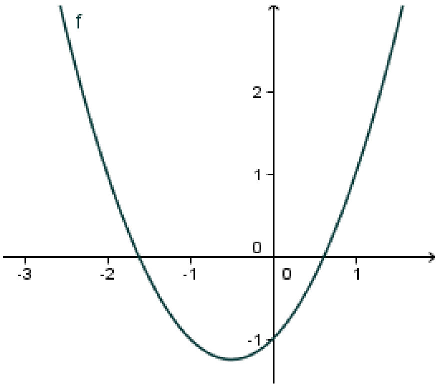


f. $f(x) = x^2 + x - 1$

$f(-x) = (-x)^2 + (-x) - 1 = x^2 - x - 1$

$-f(x) = -(x^2 + x - 1) = -x^2 - x + 1$

Poiché $f(-x) \neq f(x)$ e $f(-x) \neq -f(x)$ la funzione non è né Pari né Dispari.

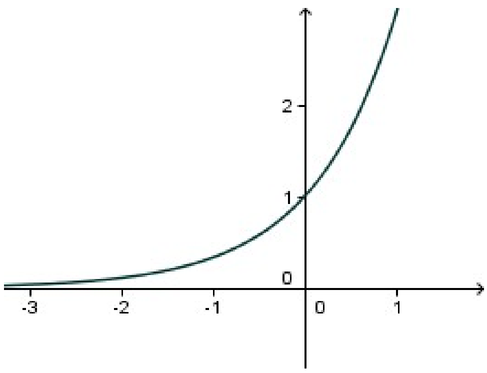


g. $f(x) = 3^x$

$f(-x) = 3^{-x}$

$-f(x) = -3^x$

Poiché $f(-x) \neq f(x)$ e $f(-x) \neq -f(x)$ la funzione non è né Pari né Dispari.



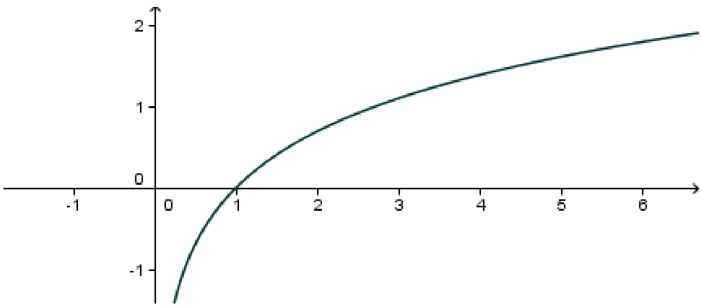
h. $f(x) = \log(x)$

$f(-x) = \log(-x)$

$-f(x) = -\log(x)$

Poiché $f(-x) \neq f(x)$ e $f(-x) \neq -f(x)$ la funzione non è né Pari né Dispari.

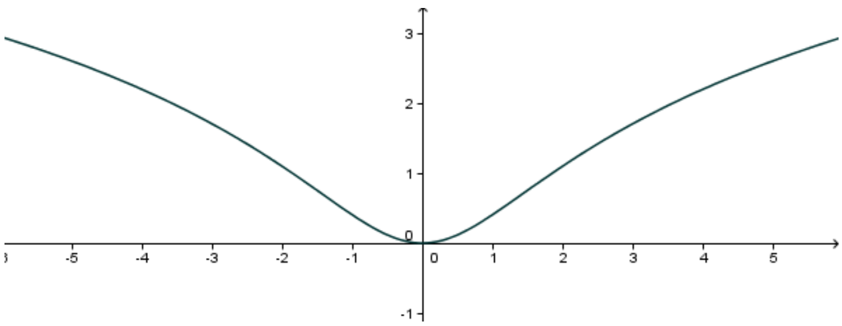
Osservazione: in questo caso non sarebbe corretto calcolare $f(-x)$ perché se $f(x) = \log(x)$ significa che $x > 0$ (ricordiamoci che non possiamo fare il logaritmo di un numero negativo). Quindi se calcoliamo $f(-x) = \log(-x)$ significa calcolare logaritmi di numeri negativi e questo abbiamo detto che non lo possiamo fare. Tutto questo è evidente anche dal grafico della funzione logaritmo, che esiste solo per le ascisse positive, quindi non ci può essere una simmetria rispetto all'asse delle ordinate.



i. $f(x) = \log(x^2 + 1)$

$f(-x) = \log((-x)^2 + 1) = \log(x^2 + 1)$

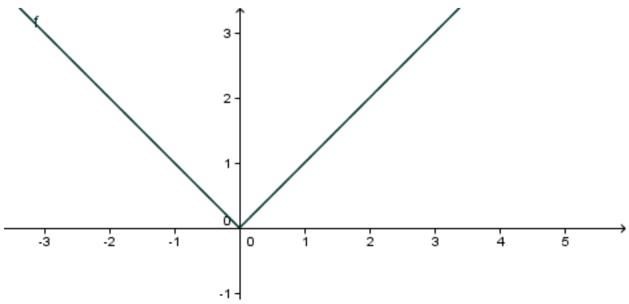
Poiché $f(-x) = f(x)$ la funzione è Pari



j. $f(x) = |x|$

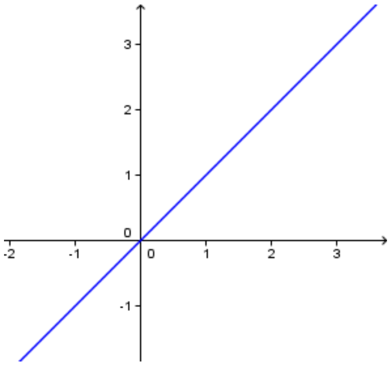
$f(-x) = |-x| = |x|$

Poiché $f(-x) = f(x)$ la funzione è Pari

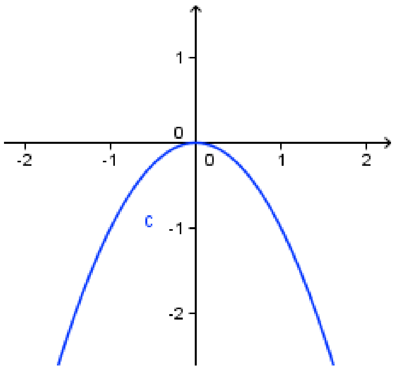


3. Dire se le seguenti funzioni sono crescenti, decrescenti, non crescenti, non decrescenti e in quali intervalli del Dominio:

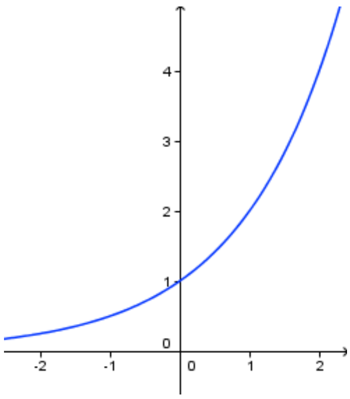
a. $y = x$ funzione crescente in tutto il dominio (monotòna crescente).



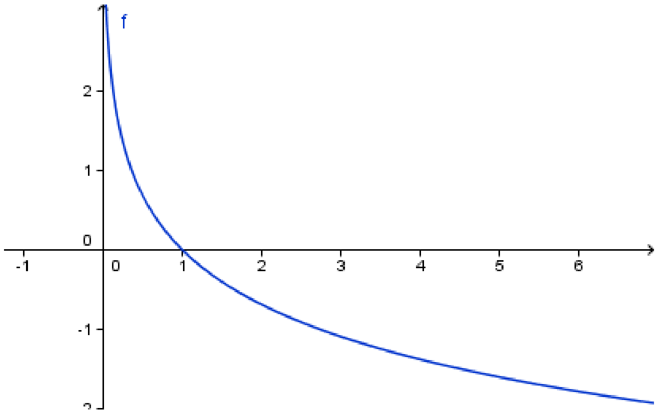
b. $y = -x^2$ funzione crescente per $x < 0$ e decrescente per $x > 0$



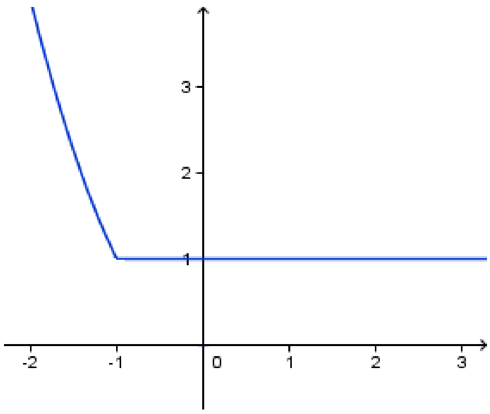
c. $y = e^x$ funzione crescente in tutto il dominio (monotòna crescente).



d. $y = \log_{0,2}(x)$ funzione decrescente in tutto il dominio (monotòna decrescente).



e. $y = \begin{cases} x^2 & \text{per } x < -1 \\ 1 & \text{per } x \geq -1 \end{cases}$ funzione non crescente (decrescente per $x < -1$ e costante per $x \geq -1$)



Osservazione: una funzione definita in più parti in questo modo si dice "definita a tratti".